Rechenbuch

zum

Schul- und Hausgebrauche.

Eine

nach den bewährtesten methodischen Grundsätzen

bearbeitete

praktische Anweisung

zum

Kopf- und Zifferrechnen,

mit

sehr vielen Uebungsaufgaben.

Von

G. Fr. Heinisch.

Vierter Theil:

Die Decimalbrüche, die Procent- und Zinseszins-, Alligations- oder Vermischungs- in Verbindung mit der Gold- und Silberrechnung und die Berechnung der Quadrat- und Cubikzahlen und ihrer Wurzeln.

Bamberg 1853.
Verlag der Buchner'schen Buchhandlung.

Rechenbuch

zum

Schul- und Hausgebrauche.

Eine

nach den bewährtesten methodischen Grundsätzen

geordnete

praktische Anweisung

zum

Kopf- und Ziffernrechnen,

mit

sehr vielen Uebungsaufgaben.

Von

G. Fr. Heinisch.

Vierter Theil:

Die Decimalbrüche, die Procent- und Zinsrechnung, Mischungs- oder [illegible]

Bamberg [illegible]

Verlag der Buchner'schen Buchhandlung.

Vorwort.

Der vierte Theil meines Rechenbuches, welcher hier vorliegt, führt im I. Abschnitte die Decimalbruchrechnungen vor. Es wäre wohl geeigneter gewesen, dieselben gleich dem zweiten Theile, welcher die Lehre von den gemeinen Brüchen abhandelt, anzuschließen; dieses geschah aber deßhalb nicht, weil die drei ersten Theile des Rechenbuches zugleich für deutsche Schulen bestimmt sind, in diesen Anstalten aber gewöhnlich die Zeit zur Uebung der Decimalbruchrechnungen nicht zureicht.

Auch in diesem Theile ist das Kopfrechnen dem Zifferrechnen immer vorausgeschickt, doch so, daß das Kopfrechnen nach und nach mehr in den Hintergrund tritt.

Beim letzten Abschnitte, der das Ausziehen der Quadrat- und Cubikwurzeln behandelt, blieb das Kopfrechnen aus dem leicht einzusehenden Grunde ganz weg, weil sich dasselbe hier durchaus nicht anwenden läßt. Ueberhaupt ist eine leicht faßliche Begründung der bei diesem Abschnitte vorkommenden Regeln eine schwere Aufgabe, weßhalb man auch in ziemlich vielen Rechenbüchern weiter nichts findet, als kurz hingestellte Regeln, von denen der Schüler den Grund unmöglich selbst finden kann, die daher, wenn die Gründe hievon durch mündlichen Unterricht nicht anschaulich entwickelt werden, bloß dem Gedächtnisse aufgedrungen und dann mechanisch angewendet werden. Dies hat aber zur Folge, daß dieselben leicht wieder vergessen werden und daß daher die Schüler nur kurze Zeit nach vorgenommener Einübung dieser Rechnungen die leichtesten Aufgaben nicht mehr zu lösen im Stande sind.

Ich habe die Gründe des Verfahrens so gut, als es mir möglich war, hier zu entwickeln gesucht. Dieselben sind aus den Regeln hergeleitet, welche bei der Berechnung der Quadrat- und Cubikzahlen aus ihren Wurzeln angewendet werden, weil beim Ausziehen der Quadrat- und Cubikwurzeln aus den Quadrat- und Cubikzahlen der dort gezeigte Weg nothwendiger Weise hier rückwärts gemacht werden muß. Für manche Schüler ist es indessen immerhin schwer, die Gründe für diese Regeln zu durchschauen; der Lehrer lasse sich jedoch dadurch nicht abschrecken und gehe nicht weiter, bis die Sache von den Schülern wirklich gefaßt ist; denn ein solcher Zeitverlust bringt jedenfalls späteren Zeitgewinn.

Zur Vervollständigung des Ganzen erscheint nun noch ein fünfter Theil, der die sämmtlichen kaufmännischen Rechnungen durchführt. Damit derselbe auch für sich als ein vollständiges kaufmännisches Rechenbuch gebraucht werden kann, so sollen darin die meisten in den vorausgegangenen Theilen durchgeführten Rechnungen in kurzer Uebersichtlichkeit noch einmal zusammengestellt und dabei auf die Abkürzungen, welche der Kaufmann beim Rechnen gewöhnlich anwendet, aufmerksam gemacht werden.

Da der Druck des fünften Theiles ohne Verzug beginnt, so wird das vollständige Rechenbuch bald der Oeffentlichkeit übergeben werden können.

Bayreuth im Juli 1853.

Der Verfasser.

Inhaltsverzeichniß.

Erster Abschnitt.

Die Decimalbruchrechnung.

Zweiter Abschnitt.

Die Procent- und Zinseszinsrechnung.

---

*

Dritter Abschnitt.

Vierter Abschnitt.

Von den Quadrat- und Cubikzahlen und ihren Wurzeln.

Anhang.

Erster Abschnitt.

Die Decimalbruchrechnung.

I. Vorbegriffe und Vorübungen zum Decimalbruchrechnen.

1) Entstehung der Decimalbrüche.

Unser Zahlensystem ist bekanntlich der Art, daß eine Ziffer immer einen zehnfach niedrern Werth erhält, so oft man sie eine Stelle weiter von der Linken zur Rechten rückt; z. B. 9 auf der vierten Stelle von der rechten zur linken Hand giebt 9 Tausende = 9000; 9 auf der dritten Stelle 9 Hunderte = 900, 9 auf der zweiten Stelle 9 Zehner = 90, 9 auf der ersten Stelle 9 Einer = 9.

Wenn nun diese Stufenleiter unter die Einheiten fortgesetzt wird, so bedeutet eine Ziffer, so oft sie eine Stelle weiter nach rechts gerückt wird, immer einen zehnfach niedrern Werth als die Einheit; wird daher die Ziffer 9 um eine Stelle rechts von den Einern gerückt, so bedeutet sie den zehnten Theil von 9, also 9 Zehntel; rückt man sie zwei Stellen nach rechts vor, so bedeutet sie nur den zehnten Theil von $\frac{9}{10}$, also nur $\frac{9}{100}$, um 3 Stellen nach rechts gerückt, bedeutet sie $\frac{9}{1000}$ u. s. w. Es entstehen durch dieses Verfahren demnach Brüche, die bei jedem Rücken der Ziffer von den Einern nach rechts einen zehnfach geringern Werth erhalten und die dann zehntheilige oder Decimalbrüche heißen (von dem lateinischen Worte decimalis = das Zehnte betreffend, zehntheilig, was aus Zehnteln oder aus zehn Theilen besteht.)

In dem hier folgenden Bilde ist das Zahlensystem ganz anschaulich dargestellt. Die Einer bilden den Mittelpunkt. So oft man nun eine Ziffer von den Einern um eine Stelle links rückt, so oft erhält sie auch einen 10 mal höhern Werth; so oft man sie aber um eine Stelle rechts rückt, einen so vielmal 10 fach geringern Werth hat sie auch.

7	6	5	4	3	2	1	2	3	4	5	6	7
Millionen	Hunderttausender	Zehntausender	Tausender	Hunderter	Zehner	**Einer**	Zehntel	Hundertel	Tausendel	Zehntausendel	Hunderttausendel	Milliontel

Um nun eine Ziffer nach rechts hinter die Einer rücken zu können, und um ihr durch solche Stellung den Werth eines Zehntel oder Hundertel 2c. zu geben, muß man sich eines Zeichens bedienen, wodurch die Ganzen von den Decimalbrüchen geschieden werden. Als solches Zeichen hat man das Comma (,) angenommen, welches rechts hinter den Einern steht und auch der Decimalstrich genannt wird.

2) Lesen der Decimalbrüche.

Wenn man dem Vorausgegangenen zufolge nach einer ein- oder mehrzifferigen Zahl ein Komma bemerkt und nach diesem Komma noch eine Ziffer, so drücken die Ziffern bis zum Comma eine ganze Zahl, die Ziffer aber nach dem Comma drückt Zehntel aus. Wie wird hiernach folgende Zahl gelesen: 327,4? (327 Ganze und 4 Zehntel). Wie heißt die Zahl 0,9? (Kein Ganzes 9 Zehntel). Wenn man daher gar keine Ganzen, sondern nur Zehntel bezeichnen will, ohne den Nenner hinzuzusetzen, so schreibt man vor das Comma eine Null.

Wenn eine Ziffer in der zweiten Stelle nach dem Comma steht, so drückt sie, wie wir schon oben sagten, den zehnten Theil eines Zehntels, also ein Hundertel aus. Wie wird man nun die Zahl 24,07 lesen? (24 Ganze und 7 Hundertel). Was wird die Zahl bedeuten 24,87? (24 Ganze + 8 Zehntel + 7 Hundertel). Da aber die $\frac{8}{10} = \frac{80}{100}$ sind, welche mit den $\frac{7}{100}$ zusammen $\frac{87}{100}$ ausmachen, so können wir auch sagen: die obige Zahl bedeutet 24 Ganze + 87 Hundertel.

Das Aussprechen der Decimalbrüche kann demnach auf zweierlei Weise geschehen; man liest entweder jede Zifferstelle des Decimalbruches einzeln, oder man liest den ganzen Zähler des Decimalbruchs mit seinen gemeinschaftlichen Nenner auf einmal. Der Nenner ist jedesmal eine 1 mit so vielen Nullen, als der Zähler Stellen hat. Man kann daher den Decimalbruch 5,9726 folgendermaßen lesen: 5 Ganze + 9 Zehntel + 7 Hundertel + 2 Tausendel + 6 Zehntausendel, oder auch auf folgende Weise: $5\frac{9726}{10000} =$ 5 Ganze + 9726 Zehntausendel. Diese letztere Leseart ist die gewöhnliche.

Leset folgende Decimalen:

1)	875,0637	2)	0,87096	3)	4753,008
4)	2790,0874	5)	3,75806	6)	501,876543
7)	12,12345	8)	0,420073	9)	8,000046
10)	57938,065	11)	135,80007	12)	48,9073065
13)	0,000079	14)	789,012	15)	3456,789
16)	3017,0018	17)	10002,074	18)	593,00706

3) Schreiben der Decimalbrüche.

Wenn man den Zähler eines Decimalbruches mit seinem weggelassenen Nenner vergleicht, so sieht man, daß der Zähler immer so viel Ziffern hat, als sein Nenner Nullen haben müßte, wenn man ihn als gemeinen Bruch anschreiben wollte.

So hat z. B. im Bruche $\frac{359}{1000}$ der Nenner 3 Nullen; daher muß auch der Zähler 3 Ziffern haben; er wird daher als Decimalbruch „0,359" geschrieben; im Bruche $\frac{359}{100000}$ hat aber der Nenner 5 Nullen; der Zähler muß daher eben so viele Ziffern enthalten; da aber zu 359 nur 3 Ziffern nöthig sind, so müssen die fehlenden 2 Ziffern durch Nullen ergänzt werden; würden wir dieselben nun dem Zähler hinten anhängen, so würde der Bruch nicht $\frac{359}{100000}$, sondern $\frac{35900}{100000}$ = 0,35900 heißen; diese fehlenden Nullen müssen demnach dem Zähler vorangesetzt werden, d. h. unmittelbar nach dem Comma folgen, also 0,00359.

Soll man nun 48 Ganze und 37 Milliontel schreiben, so muß man, da der Nenner Milliontel 6 Nullen, der Zähler 37 aber nur 2 Stellen erfordert, nach dem Comma die 4 fehlenden Nullen folgen lassen. Der Bruch wird daher auf folgende Weise geschrieben: 48,000037.

Man lasse nie unbeachtet, daß dem Comma zur Rechten
in der ersten Stelle die Zehntel
" " zweiten " " Hundertel,
" " dritten " " Tausendel,
" " vierten " " Zehntausendel,
" " fünften " " Hunderttausendel,
" " sechsten " " Milliontel ꝛc. stehen.

Beispiele: 57386	sind	57386 Ganze,			
5738,6	"	5738	Ganze	und	$\frac{6}{10}$,
573,86	"	573	"	"	$\frac{86}{100}$,
57,386	"	57	"	"	$\frac{386}{1000}$,
5,7386	"	5	"	"	$\frac{7386}{10000}$,
0,57386	"	—	"	"	$\frac{57386}{100000}$.

Wie werden folgende gemeine Brüche und gemischte Zahlen geschrieben?

19) a) $\frac{3}{10}$, b) $\frac{9}{10}$, c) $4\frac{5}{10}$, d) $735\frac{1}{10}$, e) $8700\frac{3}{10}$?
20) a) $\frac{15}{100}$, b) $\frac{9}{100}$, c) $17\frac{3}{100}$, d) $8756\frac{19}{100}$, e) $5786\frac{7}{100}$?
21) a) $\frac{136}{1000}$, b) $\frac{17}{1000}$, c) $\frac{9}{1000}$, d) $375\frac{14}{1000}$, e) $7860\frac{37}{1000}$?
22) a) $\frac{7}{10000}$, b) $\frac{803}{10000}$, c) $\frac{29}{10000}$, d) $470\frac{3}{10000}$, e) $60000\frac{19}{10000}$?
23) a) $\frac{35}{100000}$, b) $\frac{1005}{100000}$, c) $80000\frac{7}{100000}$, d) $4\frac{536}{100000}$?
24) a) $30\frac{1}{1000}$, b) $80900\frac{21}{10000}$, c) $5\frac{13}{100}$, d) $28\frac{37}{1000000}$?

---

4) Einrichten, Erweitern, Kürzen und Gleichnamigmachen der Decimalen.

Wenn eine Zahl, die aus Ganzen und Decimalbrüchen besteht, in einen unechten Decimalbruch verwandelt oder eingerichtet werden soll, so darf man nur die Ganzen und den Zähler des Decimalbruches zusammen als Zähler aussprechen und dieser Zahl den Nenner des Decimalbruches geben.

Beispiel: $47{,}8 = \frac{478}{10}$, $15{,}307 = \frac{15307}{1000}$, $200{,}0018 = \frac{2000018}{10000}$, $6{,}045 = \frac{6045}{1000}$.

Will man umgekehrt unechte Decimalbrüche in ganze oder gemischte Zahlen umsetzen, so muß man rechts so viele Stellen durch das Comma oder den Decimalstrich abschneiden, als der Nenner Nullen hat.

Beispiel: $\frac{742}{10} = 74{,}2$; $\frac{8007}{100} = 80{,}07$; $\frac{360274}{1000} = 360{,}274$.

Wenn man Decimalbrüche erweitern will, so darf man nur nach den Decimalstellen Nullen anhängen; der Name des Decimalbruches wird hierdurch zwar verändert, der Werth desselben bleibt sich aber gleich; es ist demnach

$$4{,}7 = 4{,}70 = 4{,}700 = 4{,}7000 = 4{,}70000 = 4{,}700000.$$

Soll ein Decimalbruch, dessen letzte Stellen rechts Nullen sind, gekürzt werden, so darf man nur diese Nullen abstreichen; hierdurch wird der Decimalbruch in einer kleineren Zahl ausgedrückt, aber der Werth bleibt unverändert.

Beispiel: $46{,}800 = 46{,}8$; $0{,}7000 = 0{,}7$; $30{,}040 = 30{,}04$.

Da man einem Decimalbruche so viele Nullen zur Rechten oder am Ende anhängen, oder auch abschneiden kann, als man nur will, ohne dadurch seinen

Werth zu ändern, so lassen sich ungleichnamige Decimalbrüche dadurch sehr leicht gleichnamig machen, daß man dieselben durch Anhäufung der nöthigen Anzahl der Nullen zu gleichvielen Stellen ergänzt.

Beispiel: Die Brüche 3,46 + 4,569 + 5,7 + 6,14 sollen zu Tausendstel gemacht werden: 3,460 + 4,569 + 5,700 + 6,140.

25) Verwandle folgende Ganze und Decimalbrüche in unechte Decimalbrüche!
a) 46,3, b) 5,738, c) 400,037, d) 57,002, e) 82,1307.

26) Bilde aus folgenden Decimalbrüchen gemischte Zahlen!
a) $\frac{734}{10}$, b) $\frac{16374}{10000}$, c) $\frac{425}{100}$, d) $\frac{827359}{1000}$!

27) Folgende Brüche sollen erweitert werden:
a) 3,8 b) 47,09 c) 374,038 d) 4,279.

28) Kürze folgende Decimalbrüche!
a) 7,400, b) 3,060 c) 400,003000 d) 7234,06400.

29) Mache folgende Brüche gleichnamig:
0,37 + 4,236 + 5,3924 + 0,3!

---

5) Verwandlung der gemeinen Brüche in Decimalbrüche.

Man verwandelt einen gemeinen Bruch dadurch in einen Decimalbruch, daß man den Nenner des gemeinen Bruches in einen Decimalnenner mit der Ziffer 1 und lauter darauf folgenden Nullen umwandelt, und den Zähler des gemeinen Bruches um eben so viel vergrößert, als der Nenner durch jene Umwandlung vermehrt worden ist. Wollen wir z. B. den Bruch $\frac{3}{4}$ in einen Decimalbruch verwandeln, so sagen wir zuerst $\frac{3}{4} = \frac{300}{400}$. Um nun den Nenner in Einhundertel ausgedrückt zu erhalten, so heben wir den Bruch $\frac{300}{400}$ nur durch 4; $\frac{300}{400}\Big|\frac{\overset{4}{75}}{100} = 0{,}75$. Kürzer verfahren wir, wenn wir den Nenner gar nicht erweitern, sondern nur dem Zähler die nöthigen Nullen anfügen, und dann mit dem Nenner hinein dividiren, z. B.

```
4 : 3 = 0,75
    0
   ---
    30
    28
   ---
   -20
    20
   ---
    --
```

Soll man aus einem *unechten* Bruch die Ganzen herausziehen und den Rest zu einem Decimalbruch machen, so verfährt man auf gleiche Weise, wie oben; *man dividirt* nämlich *mit dem Nenner in den Zähler und hängt zur Erlangung des Decimalbruchs dem Zähler Nullen an.*

Wollen wir z. B. $\frac{68}{32}$ in Ganze und einen Decimalbruch verwandeln, so verfahren wir so:

```
32 : 68 = 2,125
     64
     ---
      40
      32
     ---
      80
      64
     ---
      160
      160
      ---
      ---
```

Wir sagten: 32 ist in 68 zweimal enthalten; dies sind 2 Ganze; diese müssen von dem Decimalbruch durch das Comma oder durch den Decimalstrich geschieden werden.

Es giebt auch Brüche, in welchen die Division nicht so rein aufgeht, als in den obigen Fällen. Wir werden dies sehen, wenn wir beispielweise den Bruch $\frac{8}{9}$ in einen Decimalbruch verwandeln.

```
9 : 8 = 0,88888...
    0
   ---
    80
    72
   ---
     80
     72
    ---
      80
      72
     ---
       80
       72
      ---
        80
        72
       ---
         8
```

Dieser Decimalbruch drückt nun freilich den Werth des gemeinen Bruches nicht vollständig aus, aber doch so nahe, daß der Unterschied höchst unbedeutend ist.

Wenn wir die Division auch noch weiter fortsetzen würden, so würde jedesmal wieder 8 als Rest erscheinen; der Bruch $\frac{8}{9}$ läßt sich daher nie vollständig als Decimalbruch ausdrücken. Jeder solcher Bruch wird ein *unendlicher* oder ein *unvollendeter* genannt; die ersteren aber bei denen die Division aufgeht, heißen *endliche* oder *vollendete* Decimalbrüche.

Die unvollendeten Decimalbrüche drücken nun freilich den Werth des gemeinen Bruches nicht ganz genau, aber doch so nahe aus, daß der Unterschied nicht beachtet zu werden braucht. Um jedoch zu zeigen, daß der Decimalbruch nicht vollständig sei, setzt man hinter die Endziffer des Bruches einige Pünktchen. Es wurde z. B. so eben berechnet $\frac{8}{9} = 0{,}88888\ldots$

Wenn gemeine Brüche nicht vollständig genau in Decimalbrüchen ausgedrückt werden können, so kann man, wenn der Rest der letzten Stelle mehr als die Hälfte des Divisors beträgt, der größeren Genauigkeit halber diese Stelle um 1 erhöhen.

Beispiel: $\frac{5}{12}$ soll in einen Decimalbruch verwandelt werden.

$12 : 5 = 0{,}4166\ldots$
50
48
20
12
80
72
80
72
8

Der Decimalbruch heißt demnach 0,4166; es bleiben aber $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ übrig. Der Fehler ist hier offenbar geringer, wenn man $\frac{1}{3}$ mehr nimmt, als $\frac{2}{3}$ weniger. Der Bruch heißt dann 0,4167.

Rechnet folgende Brüche in endliche (vollendete) Decimalbrüche um!

30) a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{1}{5}$ d) $\frac{3}{8}$ e) $\frac{7}{20}$ f) $\frac{7}{8}$.
31) a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{17}{20}$ d) $\frac{15}{4}$ e) $\frac{12}{25}$ f) $\frac{5}{128}$.
32) a) $\frac{9}{16}$ b) $\frac{13}{32}$ c) $\frac{1}{16}$ d) $\frac{11}{8}$ e) $\frac{17}{8}$ f) $\frac{15}{16}$.
33) Drücke in Decimalbrüchen aus: a) $\frac{3}{4}$ fl. b) $\frac{11}{64}$ ℔.

Verwandelt folgende Brüche in unendliche:

34) a) $\frac{2}{7}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $\frac{2}{9}$ d) $\frac{9}{11}$ e) $\frac{13}{60}$ f) $\frac{11}{24}$.
35) a) $\frac{28}{9}$ b) $\frac{7}{18}$ c) $\frac{4}{23}$ d) $\frac{4}{7}$ e) $\frac{23}{15}$ f) $\frac{17}{3}$.
36) a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{3}{7}$ c) $\frac{19}{33}$ d) $\frac{5}{9}$ e) $\frac{19}{17}$ f) $\frac{17}{6}$.
37) a) $\frac{7}{13}$ b) $\frac{5}{7}$ c) $\frac{43}{44}$ d) $\frac{27}{28}$ e) $\frac{21}{88}$.
38) Drücke in einem Decimalbruch aus: a) $\frac{5}{48}$ ℔. b) $\frac{5}{12}$ $\square^0$ 10 th.

Bei allen unendlichen Decimalbrüchen kehren dieselben Ziffern im Zähler wieder, wenn nur die Division bei allen weit genug fortgesetzt wird; z. B. $\frac{2}{9} = 0{,}2222\ldots$; $\frac{9}{11} = 0{,}8181\ldots$; $\frac{5}{7} = 0{,}7142857142\ldots$ Diese in gleicher Reihenfolge wiederkehrenden Ziffern nennt man die Periode, weßwegen auch die unendlichen Brüche periodische genannt werden.

Die Größe der Periode ist sehr verschieden; bei den 3teln und 9teln besteht die Periode aus einer einzigen Stelle, bei den 11teln aus 2, bei den 7teln aus 6 Stellen in der Periode, ja bei manchen andern Nennern aus noch mehr Stellen.

Bisweilen fängt die Periode nicht sogleich mit der ersten Decimalziffer an, sondern erst in einer der folgenden Stellen, z. B. $\frac{43}{44} = 0{,}977272\ldots$; hier beginnt die Periode in der dritten Stelle; in dem Bruch $\frac{21}{88} = 0{,}2386363\ldots$ fängt sie erst in der vierten Stelle an.

Diejenigen periodischen Decimalbrüche, in welchen nun die Periode gleich in der ersten Ziffer beginnt, heißt man rein periodische; diejenigen aber, in denen sie nicht gleich mit der ersten Decimalstelle anfangen, werden unrein periodische Decimalbrüche genannt.

---

6) Verwandlung der Decimalbrüche in gemeine.

Ein endlicher oder vollendeter Decimalbruch kann auf eine sehr leichte Weise in einen gemeinen Bruch verwandelt werden. Es darf ein solcher Decimalbruch nur als gewöhnlicher Bruch mit untergesetztem Nenner angeschrieben und hierauf der Zähler und Nenner so weit, als möglich, gehoben werden.

Beispiel. $0{,}6 = \frac{6}{10}\Big|\frac{2}{\frac{3}{5}}$; $0{,}75 = \frac{75}{100}\Big|\frac{25}{\frac{3}{4}}$.

Rechne folgende Decimalbrüche in gemeine Brüche um!

39) a) 0,35. b) 0,375. c) 0,4375. d) 0,48.
40) a) 0,785. b) 0,8125. c) 0,1375. d) 2,109375.
41) a) 3,241. b) 4,056. c) 0,152. d) 0,615384.
42) a) 0,683. b) 0,10416. c) 4,875. d) 3,1905.
43) Wie viel machen in den kleinsten gemeinen Brüchen ausgedrückt:
a) 0,625 ℔? b) 0,375 fl.? c) 0,4375 ℔?

Bei den unendlichen Brüchen verfährt man, wenn man sie in gemeine verwandeln will, etwas anders. Verwandeln wir z. B. den gemeinen Bruch $\frac{5}{9}$, so entsteht daraus der Decimalbruch 0,555....; es ist dies ein rein periodischer Bruch.

Berechnung: 9 : 5 = 0,555...

```
50
45
--
 50
 45
 --
  50
  45
  --
   5
```

Wir sehen aus dieser Berechnung, daß der Bruch $\frac{555}{1000}$ nicht ganz richtig ist, sondern daß $\frac{5}{9}$ übrig bleiben, daß demnach der Bruch mehr beträgt, als $\frac{555}{1000}$. *Diese Unrichtigkeit gleicht sich aus, wenn man die 555 Theile etwas größer macht, wenn man daher das Ganze statt in 1000 nur in 999 Theile bringt und die 555 Theile davon nimmt*; es entsteht hierdurch der Bruch $\frac{555}{999} = \frac{5}{9}$ (wie oben).

Wir ziehen daraus die Regel: *Wenn der unendliche Bruch eine reine Periode ist*, d. h., wenn in der Periode keine andern Ziffern vorkommen, *so schreibt man sie als Zähler des gemeinen Bruches an, und setzt eine Einheit weniger, als der Nenner des Decimalbruchs beträgt, darunter; der Nenner hat dann so viele Neuner, als die Periode Ziffern hat*, z. B. 0,81818... Die Periode hat zwei Ziffern, nämlich 8 und 1. Man schreibt demnach an: $\frac{81}{99}\Big|^{9}\frac{9}{11}$.. 0,81818... $= \frac{9}{11}$.

Verwandle folgende rein periodische Decimalbrüche in gemeine!

44) a) 0,6363.. b) 0,6666.. c) 0,432432.. d) 0,342342..
45) a) 0,4444.. b) 0,5151.. c) 0,711711.. d) 0,148148..
46) a) 0,216216.. b) 0,777.. c) 0,7272.. d) 0,270270..

Wenn der Periode des unendlichen Decimalbruchs eine oder mehrere Nullen vorangehen, so verfährt man eben so, wie oben gezeigt wurde, hängt aber die Nullen dem Nenner an.

Beispiel: 0,063 $= \frac{63}{990}\Big|^{9}\frac{7}{110}$.

47) a) 0,004343.. b) 0,088.. c) 0,0003.. d) 0,09393..
48) a) 0,00481481... b) 0,004545... c) 0,03030... d) 0,0267326..
49) Wie viel machen in den kleinsten gemeinen Brüchen ausgedrückt a) 0,58333... fl.? b) 0,000693... Thlr.?

Wenn der Periode nicht Nullen, sondern geltende Ziffern vorangehen, so trennt man sie von der Periode; man behandelt sie dann als einen endlichen, die Perioden aber, als einen unendlichen Decimalbruch und addirt die dadurch erhaltenen Brüche mit einander. Hat man z. B. den Decimalbruch 0,25757.. in einen gemeinen Bruch zu verwandeln, so trennt man die Vorzahl 2 von der Periode 57; der Decimalbruch ist demnach gleich $\frac{2}{10}$ oder $\frac{1}{5}$ und $\frac{57}{990}$ oder $\frac{19}{330}$.

Berechnung:

	330		
$\frac{1}{5}$	66	66	
$\frac{19}{330}$	1	19	5
	$\frac{85}{330}$	$\frac{17}{66}$	

Verwandle folgende unrein periodische Decimalbrüche in gemeine:

50) a) 0,5833... b) 0,833... c) 0,25757... d) 0,8055...
51) a) 0,3777.. b) 0,164141.. c) 0,54166.. d) 0,3213636..
52) a) 0,395833... b) 0,31818... c) 0,8846153846...
d) 0,428535535...
53) Drücke in den kleinsten gemeinen Brüchen aus:
a) 0,13888... Ctr.? b) 0,59333... fl.?

---

7) Reduciren ganzer Zahlen einer niedrern Sorte in Decimalbrüche einer höhern Sorte.

Um die ganzen Zahlen einer niedrern Sorte in Decimalbrüche einer höheren Sorte umzuwandeln, welches man Reduciren heißt, drückt man die Ganzen der niedrern Sorte zuerst in einem gemeinen Bruch derjenigen höhern Sorte aus, in welche reducirt werden soll; hierauf verwandelt man diesen gemeinen Bruch in einen Decimalbruch.

Kopfrechnen.

1) Beispiel: Der wie vielste Theil einer Ruthe (in einem Decimalbruch ausgedrückt) sind 7 Zoll nach dem Decimalmaß?

Berechnung. 1 Zoll ist der 10. Theil von 1 Schuh, oder $\frac{1}{10}$ Schuh, 7 Zoll sind daher $\frac{7}{10}$ Schuh. 1 Schuh ist der 10. Theil von einer Ruthe; $\frac{7}{10}$ Schuh sind daher der 10. Theil von $\frac{7}{10}$ Ruthen; der 10. Theil von $\frac{1}{10} = \frac{1}{100}$; der 10. Theil von $\frac{7}{10}$ Ruthen ist daher gleich $\frac{7}{100}$ Rth. = 0,07 Rth.

2. Beispiel. Der wie vielste Theil von 1 fl. (in einem Decimalbruch ausgedrückt) sind 18 kr.?

Berechnung. 18 kr. = $\frac{18}{60}$ fl. = $\frac{3}{10}$ fl. = 0,3 fl.

54) Der wie vielste Theil eines Ctr. in Decimalbrüchen ausgedrückt sind a) 48 ℔., b) 57 ℔., c) 93 ℔.?
55) Der wie vielste Theil eines Loths (in Decimalbrüchen) sind
a) 2 Quint? b) 3 Quint?
56) Der wie vielste Theil eines fl. (in Decimalbrüchen) sind
a) 9 kr.? b) 12 kr.? c) 27 kr.? d) 39 kr.? e) 56 kr.?
57) Der wie vielste Theil von einem Rieß Papier (in Decimalbr.) sind
a) 14 Buch? b) 18 Bch.? c) 12 Bch.? d) 15 Bch.? e) 3 Bch.?
58) Der wie vielste Theil von einem Ballen (in Decimalbrüchen) sind
a) 5 Buch? b) 16 Bch.? c) 7 Bch.?

Zifferrechnen.

1. Beispiel: Bringe 8 Buch Papier in Decimaltheile eines Ballen!

Berechnung: 8 Bch. = dem 20. Theil von 8 Rss. = $\frac{8}{20} = \frac{4}{10}$ Rss., $\frac{4}{10}$ Rss. = dem 10. Theil von $\frac{4}{10}$ Blln. = $\frac{4}{100}$ Blln. = 0,04 Blln.

2. Beispiel: Bringe 38 kr. 2 Pf. in Decimaltheile eines fl.!

Berechnung: 38 kr. 2 Pf. = 154 Pf. 1 fl. = 60 kr. = 240 Pf. 37 kr. 2 Pf. = $\frac{154}{240}$ fl. = $\frac{77}{120}$.

```
120 : 77 = 0,64166... fl.
      770
      720
      ----
      -500
       480
       ----
       -200
        120
        ----
        -800
         720
         ----
         -800
```

59) Drücke 13 Buch 10 Bogen Druckpapier in Decimaltheilen eines Ballen aus!

60) Wie viel Decimaltheile des Schocks geben 28 Stück?

61) Bringe 12 Loth in Decimaltheile des ℔?

62) 1 Cubikfuss Wasser wiegt 56,33 ℔. Wie viel wiegt 1 Cubikzoll in Loth?

63) Bei der königlich bayerischen Infanterie soll vorschriftsmässig der Schritt 28″ Duodecimalmass gross sein; was beträgt die Grösse dieses Schritts durch Fuss in einem Decimalbruche ausgedrückt?

64) Die Erde durchläuft ihre Bahn um die Sonne in 365 Tagen, 5 Stunden, 48 Minuten, 51,6 Sekunden; was beträgt diese Zeit durch Tage in einem Decimalbruche ausgedrückt?

65) Was betragen 42 Minuten, 45 Sekunden durch Stunden in einem Decimalbruche ausgedrückt?

66) Drücke 21 Silbergr. 10 Pf. in einem Decimalbruche von einem preussischen Thaler aus!

67) Bringe 30,24 □″ Duodecimalmass in Decimaltheile eines Quadratfusses!

68) Die Erde legt auf ihrer Bahn um die Sonne im Mittel stündlich einen Weg von 14828,5 Meilen zurück; welchen Weg a) in jeder Minute und b) in jeder Sekunde?

II. Addition der Decimalbrüche.

Wenn man Decimalbrüche addiren will, so braucht man kein anderes Verfahren zu beobachten, als beim Addiren der ganzen Zahlen. Nur hat man darauf zu sehen, daß im Zifferrechnen bei den einzelnen Posten die Zahlen von gleicher Geltung ganz richtig untereinander gestellt werden, daher die Zehntel unter die Zehntel, die Tausendel unter die Tausendel &c., so daß die Commata oder Decimalstriche, alle unter einander zu stehen kommen. Bei Beobachtung dieses Verfahrens ist ein Zurückführen der einzelnen Brüche durchaus nicht nöthig; doch ist es nicht fehlerhaft, wenn es geschieht, und wird namentlich beim Kopfrechnen nicht selten angewendet.

Kopfrechnen.

1. Beispiel. Welches ist die Summa von 0,50 und 0,79?
Berechnung: 50 + 70 = 120 dazu die 9 = 1,29.

2. Beispiel. Zähle zusammen 0,7 + 0,86 fl!
Berechnung: 0,86 = 0,8 + 0,06; 0,7 + 0,8 = 1,5, hiezu die 0,06 macht 1,56 fl.
Auf andere Weise: 0,7 = 0,70; 0,70 + 0,80 = 1,50; hiezu die 0,06 macht 1,56 fl.

69) Addire a) 4,9 + 0,8. b) 0,6 + 3,57. c) 0,78 + 0,69. d) 36,7 + 0,95.

70) Welches ist die Summa a) von 0,3 + 0,25? b) von 0,5 + 0,8?

71) Wie viel sind a) 0,25 + 0,7 fl.? b) 0,3 + 0,45 Thlr.?

72) Ein Kaufmann verkaufte in einem Tage 3,45 Ctr. Kaffee, am andern Tage nur 0,62 Ctr.; wie viel beträgt dies zusammen?

73) Adolph hat 0,65 fl. und bekommt dazu von seinem Vater noch 0,57 fl.; wie viel hat er?

74) Ein Metzger zahlte für ein Kalb 7,75 fl. und für ein Lamm 6,5 fl.; wie viel zusammen?

75) Ein Fuhrmann überbrachte dem Adolph 2 Kisten, wovon die erste 3,7 und die zweite 2,79 Ctr. schwer ist; was wogen sie beide?

76) In einem Amte wurden in einem Jahre verbraucht 19,05 Rieß weißes und 6,73 Rieß Conceptpapier, wie viel im Ganzen?

77) Ein Seifensieder erhielt gestern 5,78 Ctr. Unschlitt und heute 6,8 Ctr.; wie viel in beiden Tagen?

78) Zähle zusammen 0,98 + 37,86!

79) Jemand hat einzunehmen 300,8 + 76,54 fl.; wie viel beträgt dies?

80) Wie viel sind 8,62 + 6,74 Jahre zusammen?

Zifferrechnen.

Beispiel: Ein Schreibmaterialienhändler verkauft 5,66375 Ballen weisses, 3,87958333 Ballen Concept und 2,7841666 Ballen Packpapier; wie viel ist dies im Ganzen?

Berechnung:

5,66375
3,87958333
2,7841666
12,32749993 Ballen.

3 + weiter keine Hundert Milliontel = 3 Hundert Mill., 3 + 6 Zehnmill. = 9 Zehnmill., 3 + 6 Mill. = 9 Mill., 5 + 8 + 6 Hunderttaus. = 19 = 9 Hunderttaus. und 1 Zehntaus.; dieses + 7 + 5 + 1 = 14 Zehntaus. = 4 Zehntaus. u. 1 Taus. etc.

81) Zähle zusammen: 0,875 + 0,062 + 0,33 + 0,4754 + 0,108!

82) Wie viel ist: 413,75 + 96,084 + 0,0909 + 0,64 + 0,25 + 8,625 + 0,343 + 244,00386 + 81,2785?

83) Wie viel ist: 2,365 + 21,005 + 28,06 + 0,57?

84) Addire: 0,3 + 15,28 + 6,7 + 28,345!

85) 608,17 + 3127,5943 + 3,0862 + 57,70093 + 0,815?

86) 7,8 + 9,6 + 587,437 + 999,865 + 9,6 + 8,9 + 7,9 + 5,6 + 8,5 + 9,8?

87) $314\frac{159}{1000} + 264\frac{785}{1000} + 98\frac{73}{100} + 9\frac{5}{10} + 98\frac{37}{100} + 9\frac{6}{10} + 5\frac{9}{10} + 539\frac{678}{1000}$?

88) Ein französisches Geldstück von 40 Francs hat 0,026 Meter, eines von 20 Francs 0,021, ein Fünffrankenstück 0,037, ein Zweifrankenstück 0,027 Meter Durchmesser. Welche Länge ergiebt sich, wenn diese 4 Geldstücke neben einander gelegt werden?

89) Wilhelm beschnitt seine 6 Bienenstöcke und erhielt von Nr. 1: 28,25 ℔ Honig, von Nr. 2: 30,375 ℔, von Nr. 3: 29,5625 ℔, von Nr. 4: 26,65625 ℔, von Nr. 5: 31,03125 ℔ und von Nr. 6: 26,75 ℔ Honig; wie viel von den 6 Stöcken?

90) Zur Verzierung eines grossen Saales verwendete man 18,3 Ellen gelbes, 29,03 Ellen rothes, 144,567 Ellen blaues, 256,5 Ellen weisses Zeug; wie viel im Ganzen?

91) Das Kreuzbrunnenwasser in Marienbad enthält in 1000 Theilen nach Berzelius: 4,963 Theile schwefelsaures Natron, 1,7661 Th. Chlornatrium, 0,9288 Th. kohlensaures Natron, 0,0149 Th. kohlensaures Lithon, 0,5123 Th. kohlensauren Kalk, 0,0005 Th. kohlensauren Strontian, 0,354 Th. kohlensaure Bittererde, 0,005

Th. kohlensaures Manganoxydul, 0,0229 Th. kohlensaures Eisenoxydul, 0,0004 Th. basisch phosphorsaure Thonerde und 6,0505 Th. Kieselerde; wie viel feste Theile sind in 1000 Theilen Kreuzbrunnenwasser enthalten?

92) Das Königreich Hannover ist in 6 Landdrosteien und eine Berghauptmanschaft eingetheilt. Nach Freih. v. Reden ist die Landdrostei Hannover 117,12 Quadratmeilen gross, Hildesheim 79,27, Lüneburg 202,6, Stade 123,4, Osnabrück 109,97, Aurich 52,5 und die Berghauptmanschaft Klausthal 9,83 □ Meilen; wie viel Quadratmeilen beträgt nach diesen Angaben der ganze Flächeninhalt dieses Königreichs?

93) Durch einen Feldmesser werden 6 Parcellen gemessen. Die erste hält 278,3746 □Ruthen, die zweite 195,4987, die dritte 13,46, die vierte 488,7391, die fünfte 987,2865, die sechste 83,5964 □Ruthen; wie viel machen sie zusammen?

94) Der Kanton Zürich enthält 32,33 deutsche Quadratmeilen, Bern 120,8, Luzern 27,71, Uri 19,85, Schwyz 15,96, Unterwalden 12,41, Glarus 13,2, Zug 4,03, Freiburg 23,42, Solothurn 12,01, Basel 8,71, Schaffhausen 5,4, Appenzell 6,9, St. Gallen 35,27, Graubünden 121, Aargau 23,7, Thurgau 12,66, Tessin 48,81, Waadt 55,75, Wallis 78,38, Neuenburg 13,22, Genf 4,34; wie viel Quadratmeilen beträgt der Flächeninhalt der ganzen Schweiz?

95) Oesterreich unter der Enns enthält a) die Hauptstadt Wien mit 0,7794 österr. Quadratmeilen, b) das Viertel unter dem Wiener Walde mit 75,9916, c) das Viertel ober dem Wiener Walde mit 97,4384, d) das Viertel unter dem Manhardtsberge mit 82,014, und e) das Viertel ober dem Manhardtsberge mit 87,5792 □ Meilen. Wie viel beträgt der ganze Flächeninhalt der Provinz?

Wenn die Summanden periodische Brüche enthalten, so kann man zu grösserer Genauigkeit dieselben um einige Stellen mehr erweitern. Im Uebrigen wird ganz, wie oben, verfahren.

Beispiel: Zähle zusammen: 4,66 . . . + 4,77 . . . + 0,444 . . . + 7,36!

Berechnung:	4,66666
	4,77777
	0,44444
	7,36
Summa	17,24887

96) Addire: 5,721 + 0,4646 . . . + 8,12812 . . . + 6,72972 . . . !

97) Wie viel ist: 4,5697 + 5,7373... + 0,046921 + 4,33... + 27,356835 ... + 976?

98) Zähle zusammen: 4,12323.. + 7,36936.. + 4,203 + 6,7329429.. + 0,04204.. + 68 + 9,123694123.. + 6,12333..!

Wenn die Summanden gemeine Brüche enthalten, so kann man entweder diese als solche summiren und hierauf die Summa in Decimalen verwandeln, oder man kann auch gleich die einzelnen Summanden in Decimalen umsetzen und dann mit Decimalen rechnen.

Beispiel: Wie viel ist: $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5}$ fl.?

Berechnung

a) auf die erste Weise:

	60
$\frac{1}{2}$	30 = 30
$\frac{2}{3}$	20 = 40
$\frac{3}{4}$	15 = 45
$\frac{4}{5}$	12 = 48

60 : 163 = 2,7166...
120
430
420
100
60
400
360
400
360
40

b) auf die zweite Weise:

$\frac{1}{2}$: 1 = 0,5
10

$\frac{2}{3}$: 2 = 0,66..
20
18
20

$\frac{3}{4}$: 3 = 0,75
30
28
20

$\frac{4}{5}$: 4 = 0,8
40

0,5
0,6666
0,75
0,8
2,7166

99) Zähle zusammen: $\frac{7}{8} + \frac{4}{15} + 3\frac{2}{3} + \frac{7}{16} + 16\frac{2}{27} + 18\frac{13}{32} + 5\frac{6}{7}$!

100) Addire: $\frac{8}{11} + \frac{2}{7} + \frac{1}{2} + \frac{11}{12} + \frac{1}{8} + \frac{4}{9} + \frac{4}{5} + \frac{5}{12} + \frac{5}{6} + \frac{1}{3} + \frac{5}{8} + \frac{3}{4} + \frac{7}{9}$!

101) Gottlieb hat in 6 Monaten eingenommen: $31\frac{4}{5}$ fl., $49\frac{1}{4}$ fl., $85\frac{1}{5}$ fl. $19\frac{7}{8}$ fl., $37\frac{4}{25}$ fl., $24\frac{21}{25}$ fl.; wie viel zusammen?

102) Theodor verkaufte an Getreide: $6\frac{1}{2}$ Schffl. Korn, $3\frac{2}{5}$ Schff. Weizen, $9\frac{1}{8}$ Schff. Dinkel, $7\frac{3}{4}$ Schff. Gerste und $8\frac{3}{5}$ Schff. Haber; wie viel Getreide im Ganzen?

III. Subtraction der Decimalbrüche.

Wenn man Decimalbrüche subtrahiren will, so hat man auch hier kein anderes Verfahren zu beobachten, wie beim Subtrahiren der ganzen Zahlen. Auch hier hat man darauf zu sehen, daß bei den einzelnen Posten im Zifferrechnen die Zahlen von gleicher Geltung ganz richtig unter einander gestellt werden, so daß die Commata unter einander zu stehen kommen. Wenn der Minuend oder Subtrahend weniger Decimalstellen hat, so denkt man sich an die fehlenden Decimalstellen Nullen, oder man fügt dieselben beim schriftlichen Rechnen bei.

Kopfrechnen.

1. Beispiel: Carl giebt von 7,3 fl. 4,5 fl. aus; wie viel hat er noch?

Berechnung. 4 von 7 fl. bleiben 3 fl.; 0,5 kann man von 0,3 fl. nicht wegthun; ich muß daher von den übrig gebliebenen 3 fl. 1 fl. $= \frac{10}{10}$ nehmen; $\frac{10}{10} + \frac{3}{10} = \frac{13}{10}$ fl., $\frac{5}{10}$ von $\frac{13}{10} = \frac{8}{10}$; 2,8 fl. hat er daher noch.

2. Beispiel: Ein Kaufmann verkauft von 0,9 Ctr. Kaffee 0,39 Ctr.; wie viel hat er noch?

Berechnung. 0,9 Ctr. = 0,90 Ctr.; 0,39 von 0,90 = 0,51 Ctr.; denn 0,40 von 0,90 = 0,50; 0,39 von 0,90 bleibt 1 mehr, also 0,51 Ctr.

103) Subtrahire 0,75 — 0,34!

104) a) 0,2 — 0,02. b) 7,2 — 2,6. c) 0,752 — 0,32. d) 3,24 — 1,7.

105) Eduard hatte 0,5 fl.; davon gab er aus 0,25 fl.; wie viel hat er noch?

106) Von 0,9 Schffl. Korn trockneten 0,05 Schffl. ein; wie viel war noch übrig?

107) Jemand hat eine tägliche Einnahme von 2,3 fl.; seine tägliche Ausgabe beträgt 1,7 fl.; wie viel bleibt ihm jeden Tag übrig?

108) Ein Kaufmann hatte 37,7 Ctr. Zucker; hievon verkaufte er 28,07 Ctr.; wie viel blieb ihm noch?

109) Ein Ochs wiegt 8,45 Ctr., ein anderer nur 6,74 Ctr.; wie viel wiegt letzterer weniger?

110) Zwei Händler gewannen bei einem Unternehmen 382,9 fl.; A. erhielt hievon 154,45 fl.; wie viel erhielt B.?

111) Oskar baute 27,5 Schffl. Korn. Hievon mußte er für seinen Bedarf und zum Samen für's künftige Jahr 18,75 Schffl. behalten; wie viel konnte er verkaufen?

112) Georg setzte sich mit 10,5 fl. Geld an einen Spieltisch; als er wieder aufstand, hatte er nur noch 7,95 fl.; wie viel hatte er verspielt?

113) Wilhelm brauchte im Monate September 47,4 fl., im Oktober 68,25 fl.; wie viel brauchte er im letzten Monat mehr?

114) Ein Seifensieder hatte 286,2 Ctr. Unschlitt Vorrath; davon verbrauchte er 147,36 Ctr.; wie viel hatte er noch übrig?

115) Ein Arbeiter verdient sich wöchentlich 11,72 fl.; zur Erhaltung seiner Familie braucht er hievon 8,9 fl.; wie viel bleibt ihm Ueberschuß?

116) In einer Spinnmaschine lagen 274,3 Ctr. Baumwolle; innerhalb 5 Monaten wurden 187,55 Ctr. davon versponnen; wie viel Baumwolle liegt noch auf dem Lager?

Zifferrechnen.

1. Beispiel: Von 3,458 Ctrn. werden 2,897 Ctr. verkauft; wie viel bleibt übrig?

```
  3,458
  2,897
 ------
  0,561 Ctr.
```

2. Beispiel: Jemand nahm ein 374,7 fl. und gab wieder 298,005 fl. davon aus; wie viel hatte er noch?

```
  374,700
  298,005
 --------
   76,695 fl.
```

3. Beispiel. Wer in einem Jahre 872 fl. 18 kr. einnimmt und hievon wieder 786 fl. 34,3 kr. ausgiebt, wie viel erübrigt der?

```
  872 fl.  18,0 kr.
  786 „    34,3 „
 ------------------
   85 fl.  43,7 kr.
```

117) Ziehe ab 89,074368 von 104,39!

118) Wie viel ist 1,064 weniger 0,34297?

119) a) $2\frac{13}{10000} - 0,\frac{51}{100}$. b) 5,346 — 4,94865976. c) 153,59876 — 27,93. d) 33,2 — 0,5874.

120) Um wie viel ist 17,019 grösser als 8,0002375?

121) Der Durchmesser der durch die beiden Pole der Erde gehenden Achse beträgt 1713,1274 geographische Meilen, der durch den Aequator gehenden Achse aber 1718,8734 geogr. Meilen; wie gross ist der Unterschied beider Achsen?

122) Die bayerische Elle hält 0,833 Meter, die badische 0,6 Meter, um wie viel ist die erstere grösser?

123) Der österreichische Fuss hält 0,316 Meter, der russische 0,3048 Meter; um wie viel ist der russische kleiner, als der österreich.?

124) Der bayerische Scheffel enthält 222,38 Liter, der preussische Schffl. 54,96 Liter; um wie viel ist ersterer grösser?

125) Ein bayerischer Decimal-Kubikzoll gehämmertes Kupfer wiegt 0,39753, ein bayer. Decimal-Kubikzoll engl. Zinn 0,32204347 bayer. ℔.; um wie viel wiegt ein Kubikzoll des Kupfers mehr, als ein Kubikzoll des engl. Zinnes?

126) Eine österreichische Postmeile beträgt 7586,46 Meter, 1 Werst in Russland aber nur 1066,78 Meter; um wie viel ist ein russischer Werst kleiner, als eine österreichische Postmeile?

127) Ein bayerisches Tagwerk hält 34,073 Aren, ein österreichisches Joch 57,55745 Aren; um wie viel ist letzteres grösser, als ersteres?

128) Ein englischer Ctr. = 0,98419 Zollcentner, ein bayer. Ctr. = 0,89286 Zollcentner; um wie viel ist der englische schwerer?

129) Die Länge eines Sekunden-Pendels (eines Pendels, das in einer Sekunde eine Schwingung macht) beträgt am Pole 441,562 am Aequator 439,258 pariser Linien; wie gross ist der Unterschied beider Längen?

130) Von einem Bauplatz, welcher 375 $\square^0$ 8 $\square'$ Decimalmass Flächeninhalt hat, werden 269 $\square^0$ 59 $\square'$ verkauft; wie viel bleibt übrig?

131) Die alte brabanter Elle wird in Leipzig zu 0,6856 Meter, in Hamburg zu 0,687, in Kurhessen zu 0,694, in Frankfurt zu 0,6992 Meter gerechnet. Wie gross ist der Unterschied dieser verschiedenen Annahmen?

Wenn der Subtrahend und Minuend periodische Brüche enthalten, so kann man, wie bei der Addition, zu grösserer Genauigkeit dieselben um einige Stellen mehr erweitern.

Beispiel: Ziehe von 0,5757... den Bruch 0,326984 ab!

Berechnung:

$$\begin{array}{r} 0{,}575757 \\ 0{,}326984 \\ \hline 0{,}248773 \end{array}$$

132) a) 0,5021414.. — 0,3675475..; b) 8,125353.. — 0,23623..

Enthält der Subtrahend und Minuend gemeine Brüche, so kann man entweder diese unter einerlei Nenner bringen, dann das Subtrahiren vornehmen und hierauf den Rest in Decimalen verwandeln, oder man kann auch gleich den Subtrahenden und Minuenden in Decimalen umsetzen und dann von einander abziehen.

Beispiel: Von $5\frac{3}{8}$ fl. werden $3\frac{2}{3}$ fl. ausgegeben; wie viel bleibt Rest?

Berechnung. a) auf die erste Weise:

$$\begin{array}{r|l} & 24 \\ 5\frac{3}{8} & 3 = 9 \\ 3\frac{2}{3} & 8 = 16 \\ \hline 1\frac{17}{24} & 24 : 17 = 1{,}70833\,..\ \text{fl.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 170 \\ 168 \\ \hline 200 \\ 192 \\ \hline 80 \\ 72 \\ \hline 80 \end{array}$$

b) auf die zweite Weise:

$\frac{3}{8}$: 3 = 0,375 = 5,37500

$$\begin{array}{r} 30 \\ 24 \\ \hline 60 \\ 56 \\ \hline 40 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5{,}37500 \\ 3{,}66667 \\ \hline 1{,}70833\,..\ \text{fl.} \end{array}$$

$\frac{2}{3}$: 2 = 0,66...

$$\begin{array}{r} 20 \\ 18 \\ \hline 20 \\ 18 \\ \hline 2 \end{array}$$

133) Subtrahire a) $7 - \frac{81}{92}$, b) $28\frac{43}{48} - 4\frac{4}{5}$, c) $\frac{9}{22} - \frac{3}{51}$!

134) Wie viel ist a) $8{,}1403 - 6\frac{11}{24}$, b) $34\frac{2}{5} - 8{,}079$?

IV. Multiplication der Decimalbrüche.

Man multiplicire die Decimalbrüche gerade so, wie man ganze Zahlen multiplicirt und gebe dann dem erhaltenen Produkte so viele Decimalstellen, als sich deren in den beiden Factoren befinden.

Kopfrechnen.

a) Multipliciren eines Ganzen mit einem Decimalbruche oder eines Decimalbruchs mit einem Ganzen.

Beispiel: Jemand verdient in 1 Woche 9,3 fl., wie viel in 6 Wochen?

Berechnung. In 6 Wochen verdient er 6 $\times$ 9,3 fl.?
$6 \times 9 = 54$ fl. $6 \times 0,3 = \frac{18}{10} = 1,8$ fl.; $54 + 1,8 = 55,8$ fl.

Auf andere Weise:
$6 \times \frac{93}{10} = \frac{55'8}{10} = 55,8$ fl.

135) Wie viel ist a) $3,4 \times 6$? b) $2,5 \times 5$?

136) Ein Arbeiter verdient sich $6 \times 5,9$ fl.; wie viel ist dies?

137) Wie viel kostet das Mittagessen in 8 Tagen, wenn es täglich 12,5 kr. kostet?

138) 1 Scheffel Gerste kostet 7,3 fl., wie hoch kommen 8 Scheffel?

139) Wie theuer muß man 9 Ellen Tuch bezahlen, wenn die Elle 3,4 fl. kostet?

140) 1 Ctr. Heu kostet 0,95 fl.; was kosten 5 Ctr.?

141) Wie viel beträgt die Miethe in 7 Jahren, wenn man jährlich 50,9 fl. bezahlt?

142) Wie viel nimmt ein Schneider für 8 Oberröcke ein, wenn er für jeden 20,9 fl. bekommt?

143) 1 Elle Leinwand kostet 0,45 fl.; wie hoch kommen 20 Ellen?

144) Ein Krämer verkaufte im Durchschnitte täglich 8,7 ℔ Kaffee; wie viel in 8 Tagen?

145) 9,27 Ballen Papier, wie viel sind dies Rieß?

b) Multipliciren eines Decimalbruches mit einem Decimalbruche.

1. Beispiel: Wie viel ist 0,2 × 0,56?

Berechnung. 2 × 56 = 112. Von diesem Produkte müssen so viel Decimalstellen abgeschnitten werden, als in den beiden Faktoren Decimalstellen enthalten sind, demnach 3. Das Produkt ist hiernach kein Ganzes und $\frac{112}{1000} = 0,112$.

Anschaulicher wird die Sache, wenn man die Aufgabe mit gemeinen Brüchen anschreibt: $\frac{2}{10} \times \frac{56}{100} = \frac{112}{1000}$.

Auf noch andere Weise: 2 × 56 = 112; $2 \times \frac{56}{100} = \frac{112}{100}$; $\frac{2}{10} \times \frac{56}{100}$ ist aber nur der 10te Theil von $\frac{112}{100}$ also $\frac{112}{1000} = 0,112$.

2. Beispiel. Multiplicire 1,2 × 3,4!

Berechnung. $1,2 = \frac{12}{10}$, $3,4 = \frac{34}{10}$; $\frac{12}{10} \times \frac{34}{10} = \frac{408}{100} =$ 4,08.

Oder nach der oben angegebenen Regel:

12 × 34 = 408. Da in den beiden Faktoren 2 Decimalstellen enthalten sind, so müssen auch von 408 eben so viel abgeschnitten werden, daher 4,08.

Auf andere Weise: 1,2 × 3,4? 1 × 3,4 = 3,4. 2 × 3,4 = 6,8, der zehnte Theil hievon = 0,68; 3,4 + 0,68 = 4,08.

146) Vervielfältige 0,15 × 0,15!
(Fehlende Decimalstellen dürfen nicht durch hinten angehängte, sondern müssen durch vorgesetzte Nullen ergänzt werden.)

147) 1 Elle Tuch zu 3,2 fl.; was kosten 2,1 Ellen?

148) 1 Buch Papier kostet 0,2 fl.; wie hoch hoch kommen 3,5 Buch?

149) Was kosten 0,7 Ctr., wenn 1 Ctr. auf 8,4 fl. kommt?

150) Wie viel Ellen erhält man für 8,3 fl., wenn man für 1 fl. 0,9 Ellen erhält?

151) 1 ℔ zu 0,12 fl., was kosten 3,1 ℔?

152) 1 Eimer Essig zu 3,4 fl., was kosten 2,5 Eimer?

Zifferrechnen.

a) Multipliciren eines Ganzen mit einem Decimalbruche oder eines Decimalbruchs mit einem Ganzen.

1. Beispiel: Multiplicire 76,103 durch 42!

```
 76,103
     42
-------
 152206
304412
-------
3196,326
```

76,103 = 76103 Tausendel; 42 mal so viel beträgt, wie neben berechnet 3196326 Tausendel. Um diese auf ihren eigentlichen Ausdruck zurückzuführen, darf man nur 3 Stellen, also gerade so viel, als der Multiplicand Decimalen hat, hinten wegschneiden.

2. Beispiel: Multiplicire 0,000718 durch 23!

```
Berechnung: 0,000718
                  23
            --------
                2154
               1436
            --------
            0,016514
```

Wenn, wie hier, das Produkt nicht so viele Ziffern hat, als erforderlich sind, um die gehörige Anzahl von Decimalstellen abschneiden zu können, so muss man demselben so viele Nullen vorsetzen, dass das Verlangte geschehen kann.

3. Beispiel: Vervielfältige 0,00423 durch 100!

```
Berechnung: 0,00423
                100
            -------
            0,42300 = 0,423
```

Kürzer:

$0,00423 \times 100 = 0,423.$

Soll ein Decimalbruch mit 10, 100, 1000, 10000 etc. vervielfältigt werden, so kann dies, wie leicht einzusehen ist, kurz dadurch geschehen, dass man den Decimalstrich um so viele Stellen von der Linken zur Rechten fortrückt, als der Multiplicator Nullen hat; z. B. $3,4781 \times 1000 = 3478,1$.

153) Multiplicire a) $4,06 \times 42$, b) $9 \times 0,213$, c) $0,0826 \times 100000$, d) $37,39876 \times 842$, e) $963 \times 0,0877$, f) $0,73 \times 10000$.

154) Die Länge eines mittleren Meridiangrades beträgt nach Bessels Untersuchungen 57013,109 Toisen. Wie viel macht dies in französischen Fussen, deren 6 auf 1 Toise gehen?

155) Der Merkur läuft in 87,96928 Tagen, die Venus in 224,70078 T., die Erde in 365,25637, Mars in 686,97964, Jupiter in 4332,5848, Saturn in 10759,21981, Uranus in 30686,82055 Tagen um die Sonne. Wie viel machen die Decimalbruchtheile der Tage in Stunden, Minuten und Secunden aus?

156) Der bayerische Visireimer hält 64 bayerische Mass; wie gross ist der Inhalt desselben im Duodecimalcubikmass, da die bayerische Mass 74,304 Duodecimalcubikzoll fasst?

157) Bei dem von Regensburg bis Linz auf der Donau gehenden Dampfboote „Stadt Regensburg" hat ein Rad eine Höhe von 14′ 3″ englischen Masses (1′ = 12″), wie gross ist der Radumfang?

(Den Umfang oder die Peripherie eines Kreises findet man, wenn man den Durchmesser desselben mit der Zahl 3,14159 multiplicirt.)

158) Beim Dampfboote „Königin Therese", welches auf der Donau zwischen Regensburg und Linz geht, beträgt die Radhöhe 11′ 5″ engl. Masses; wie gross ist der Radumfang? (Siehe die Bemerk. zur vorhergehenden Rechnung.)

159) Das stärkste Schiesspulver enthält nach Fr. Hildebrandt 0,76 Salpeter, 0,15 Kohle und 0,09 Schwefel; wie viel ist von jedem der genannten Stoffe in 250 ℔ solchen Pulvers enthalten?

160) Der Klöppel der grossen Glocke von Notre Dame in Paris wiegt 900 Kilogrammes; was beträgt sein Gewicht in bayer. Pfunden, da ein Kilogramme 1,785714 bayer. ℔ ausmacht?

---

b) Multipliciren eines Decimalbruches mit einem Decimalbruche.

Beispiel: Wie viel ist 4,75 mal 3,759?

Berechnung:

```
3,759
 4,75
-----
18795
26313
15036
--------
17,85525
```

Da die beiden Factoren 5 Decimalstellen haben, so müssen im Produkt auch 5 Decimalstellen abgeschnitten werden.

161) Eine Klafter weiches Holz zu 7,25 fl.; wie hoch kommen 9,5 Klaftern?

162) Wenn bei einem Gewitter zwischen einem Blitze und dem darauf folgenden Donner 36 Sekunden gezählt werden, wie weit ist dann das Gewitter vom Beobachter entfernt, da der Schall nach Moll's Versuchen in jeder Sekunde sich 332,244 Metres oder 1138,37 bayerische Fuss fortpflanzt?

163) Die Umlaufszeit des Planeten Neptun, der am 23. Sept. 1846 durch Galle in Berlin entdeckt wurde, beträgt 165,97865 siderische Jahre à 365,25637 Tage. Wie viel Tage macht dies?

164) Ein Bauplatz ist 29,387 Metres lang und 17,583 Metres breit. Wie viel Quadratmetres Inhalt hat derselbe?

165) Von dem Segeltuche für die königl.-englische Marine hält jedes Stück 106,98 Pariser Fuss in der Länge, und 1,88 Fuss in der Breite; wie gross ist der Flächeninhalt eines solchen Stückes?

166) Die bayerische Elle fasst genau genommen 0,833011 Metres; wie viel sind dies Pariser Fuss, da ein Metre 3,078444 Pariser Fuss hält?

167) Der bayerische Längenfuss fasst genau genommen 0,291859 Metres; wie viel Quadratmetres hält ein bayer. Quadratfuss, und wie viel Kubikmetres ein bayer. Kubikfuss?

168) Ein französisches Goldstück von 40 Francs hat einen Durchmesser von 0,026 Metres; ein Goldstück von 20 Francs hat 0,021 Met. Durchmesser. Welche Länge geben 32 Goldstücke von 40 Francs und 8 Goldstücke von 20 Francs nebeneinder gelegt?

169) Ein Fünffrankenstück hat einen Durchmesser von 0,037 Metres, und ein Zweifrankenstück hat einen Durchmesser von 0,027 Met.; wie viel betragen 19 Fünffrankenstücke und 11 Zweifrankenstücke, neben einander gelegt, an Länge?

170) Wie hoch kommt 0,0875 Kilogramm fein Gold, das Kilogramm zu 3437,77 Francs?

Kommen in den Factoren gemeine Brüche mit vor, so kann man das Produkt durch diese bestimmen und dasselbe zuletzt in einen Decimalbruch verwandeln, oder man kann die gemeinen Brüche in den Faktoren gleich in Decimalbrüche verwandeln und dann die Multiplication erst vornehmen.

Beispiel: Wie viel ist $\frac{3}{8} \times \frac{4}{5}$?

Berechnung auf die erste Weise: $\frac{3}{8} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{40}$;

40 : 12 = 0,3.
120

auf die zweite Weise:

$\frac{3}{8}$: 3 = 0,375 $\quad \frac{4}{5}$: 4 = 0,8. $\quad 0,375 \times 0,8 = 0,3000 = 0,3$

30 $\qquad$ 40
24
60
56
40

171) Multiplicire a) $\frac{14}{15} \times \frac{5}{7}$, b) $\frac{3}{8} \times \frac{17}{20}$, c) $\frac{33}{40} \times \frac{5}{6}$, d) $\frac{5}{8} \times \frac{9}{10}$!

---

c) Abgekürztes Multipliciren der Decimalbrüche.

Da durch die Multiplikation im Produkte jedesmal so viel Decimalstellen entstehen, als in den beiden Factoren vorkommen, so kann, wenn die Anzahl der Decimalen gross wird und nicht die grösstmöglichste Genauigkeit in der Rechnung erforderlich ist, das Verfahren abgekürzt werden. Man sucht in diesem Falle dem Produkte gewöhnlich nur so viel Decimalstellen zu geben, als der Factor hat, der die meisten Decimalstellen enthält. Um nun abzukürzen, lässt man, wenn man mit der niedrigsten Stelle des Multiplikators vervielfältigt, im Multiplicanden so viele der niedrigen Stellen unbeachtet, als Decimalstellen weniger werden sollen, beim Multipliciren der nächst höhern Stelle im Multiplicator lässt man im Multiplicanden eine Stelle weniger weg, und so fährt man fort, bis mit allen Stellen des Multiplikators multiplicirt worden ist.

Beispiel: Multiplicire 8,4753962 durch 5,7643189!

```
  8,4753962
  5,7643189
-----------
         72
        672
        847
      25425
     339012
    5085234
   59327772
  423769810
-----------
 48,8548844
```

Bei gewöhnlichem Verfahren hätte sich hier ein Decimalbruch mit 14 Stellen ergeben; das Produkt des Bruchs wurde aber auf 7 Stellen beschränkt. Man multiplicire zuerst mit der niedrigsten Stelle des Multiplicators, nämlich mit 9, liess aber im Multiplicanden die niedrigsten 7 Stellen unbeachtet. Hierauf multiplicirte man mit der zweit niedrigsten Stelle des Multiplicators, nämlich mit 8 und liess im Multiplicanden die 6 niedrigsten Stellen unbeachtet und s. f. Die hintersten Ziffern der einzelnen Produkte bilden, wie hier zu sehen ist, eine senkrechte Reihe. Um Irrungen zu vermeiden, kann man während des Rechnens auf diejenigen Stellen des Multiplicators und Multiplicanten, mit welchen multiplicirt wird, einen Punkt setzen.

172) Wie viel ist a) 13,960824 × 0,624371, b) 6,4328964 × 3,2542632, c) 112,457938 × 45,771342.

V. Division der Decimalbrüche.

Kopfrechnen.

a) Dividiren eines Decimalbruchs durch eine ganze Zahl.

Wenn der Divisor eine ganze Zahl ist, so betrachtet man den Dividenden auch als ganze Zahl und vollzieht die Division; hierauf schneidet man den Quotienten so viele Decimalstellen ab, als der Dividend Decimalstellen enthielt, oder man theilt mit dem Divisor die Ganzen, macht die übrigen Ganzen zu Zehntel und theilt diese wieder durch den Divisor u. s. w.

Beispiel: Wie oft ist 5 in 8,5 enthalten.

Berechnung. 8,5 wird betrachtet wie 85. 5 in 80 geht 10 mal, 30 bleibt übrig, hiezu noch die 5 = 35; 5 in 35 = 7; 10 + 7 = 17, 5 in 85 ist daher 17 mal enthalten, 5 in 8,5 ist demnach nur 1,7 mal enthalten.

Auf andere Weise: 5 : 8,5! 5 : 8 = 1; 3 Ganze = $\frac{30}{10}$ bleiben übrig, dazu die $\frac{5}{10} = \frac{35}{10}$. 5 : $\frac{35}{10} = \frac{7}{10}$, daher 1,7.

173) 2 Personen theilen sich in 4,8 fl.; wie viel erhält jede?
174) 2 ℔ kosten 5,8 fl.; wie hoch kommt 1 ℔?
175) 7 Ctr. kosten 57,4 fl.; wie theuer kommt 1 Ctr. zu stehen?
176) 25 Ellen zu 29,5 fl.; was kostet 1 Elle?
177) 100 Stück zu 267,8 fl.; was kostet 1 Stück?
178) 1000 Stück kosten 0,8 fl., wie hoch kommt 1 Stück?

Bem. Wenn der Dividend bloß ein Decimalbruch ist, dann müssen, damit man den Decimalstrich 1, 2, 3, 4 Stellen weiter von der Rechten zur Linken vorrücken kann, erst die fehlenden Stellen durch Nullen ergänzt und diese nicht hinten angehängt, sondern vorgesetzt werden.

179) 6 Ellen Tuch zu 27,4 fl.; wie hoch kommt 1 Elle?
180) Wie hoch kommt der Eimer Essig, wenn 24 Eimer 52,8 fl. kosten?
181) Ein Arbeiter verdient in 8 Wochen 35,28 fl.; wie viel kommt auf jede Woche?
182) Wie theuer kommt die Elle Band, wenn 12 Ellen auf 0,08 Thlr. zu stehen kommen?

(Schwächere Kinder können bei diesen und den folgenden Berechnungen auch die Tafel zu Hülfe nehmen.)

---

b) Dividiren einer ganzen Zahl durch einen Decimalbruch.

Dies geschieht dadurch, daß man den Divisor und den Dividend, durch den Nenner des Decimalbruchs vor Allem

vervielfältigt, und hierauf, wie gewöhnlich, dividirt. Den Divisor vervielfältigt man durch Hinweglassung des Decimalstrichs, den Dividend, der aus ganzen Zahlen besteht, dadurch, daß man so viele Nullen hinten beisetzt, als der Bruch des Divisors Decimalstellen hatte.

Beispiel: Dividire 48 durch 2,40!

Berechnung. In 2,40 heißt der Nenner 100. Vervielfältige ich den Divisor 2,40 durch 100, so erhalte ich 240; multiplicire ich 48 durch 100, so erhalte ich 4800. 240 in 480 geht 2 mal, 240 in 4800 geht 10 mal mehr, also 20 mal.

183) 0,4 Ctr. einer Waare kosten 23 fl.; wie hoch kommt 1 Ctr.?
184) 0,5 Schock Stroh zu 4 fl.; was kostet 1 Schock?
185) 0,7 Ballen Papier kosten 28 fl., was kostet 1 Ballen?
186) Aus 1,6 ℔ Wachs erhält man 1 Kerze, wie viel aus 120 ℔ Wachs?
187) 7,5 Ctr. einer Waare zu 120 fl.; wie hoch kommt 1 Ctr.?
188) Wie hoch kommt 1 Tagwerk Feld, wenn 0,9 Tagw. um 270 fl. verkauft werden?
189) Wie theuer kommt 1 Schffl. Korn zu stehen, wenn 0,6 Schffl. 15 fl. kosten?
190) 4,5 Eimer Most werden mit 48 fl. bezahlt, wie viel kostet 1 Eimer?

---

c) Dividiren eines Decimalbruches durch einen Decimalbruch.

Wenn der Divisor und der Dividend gleichen Nenner haben, d. h. gleich viel Decimalstellen, so darf man nur beide als ganze Zahlen betrachten und die Division vornehmen. Haben Divisor und Dividend aber ungleiche Nenner, dann muß man zuerst beide unter einerlei Nenner bringen, d. h. man muß bei demjenigen, der weniger Decimalstellen hat, die fehlenden Stellen durch Hintanfügung von Nullen ergänzen, hierauf beide für ganze Zahlen setzen und, wie gewöhnlich, dividiren.

1. Beispiel: Wie viel mal sind 0,4 in 3,6 enthalten?

Berechnung. Der Divisor 0,4 durch 10 vervielfältigt giebt 4, der Dividend 3,6 durch 10 multiplicirt, giebt 36. 4 in 36 = 9. 0,4 ist daher in 3,6 neun mal enthalten.

2. Beispiel: Dividire 2,35 durch 0,5!

Berechnung. 0,5 = 0,50; 0,50 in 2,35 geht gerade so oft, als 50 : 235 = $4\frac{35}{50}$ = 4,7.

191) 4,5 Metzen Weizen zu 12,5 fl.; wie hoch kommt 1 Schffl.?
192) Wenn 4,4 Ellen Zeug 5,5 fl. kosten, wie viel kostet 1 Elle?

193) 12,5 ℔ zu 2,5 fl., wie hoch kommt 1 ℔?
194) Dividire a) 0,14 : 0,49, b) 2,5 : 75, c) 3,5 : 24,5, d) 2,7 : 0,9, e) 2,4 : 5,76!
195) Wie hoch kommt 1 ℔, wenn 0,8 ℔ 2,42 fl. kosten?

Zifferrechnen.

a) Dividiren eines Decimalbruches durch eine ganze Zahl.

Man lese, was beim Kopfrechnen unter a) gesagt ist.

Beispiel: 3 theilen sich in 18,627 fl., wie viel erhält jeder?

Berechnung. 18,627 fl. werden betrachtet, wie 18627 fl.
3 : 18627 = 6209; 3 : 18,627 = 6,209 fl.

Auf andere Weise:
3 : 18,627 = 6,209.

Der 3. Theil von 18 Ganzen = 6 Ganzen, 6 × 3 = 18 Ganze, der 3. Theil von 6 Zehnteln = 2 Zehnt., der 3. Thl. von 2 Hunderteln = 0 H.; 2 Hund. = 20 Taus. bleiben Rest, hiezu die 7 Taus. = 27 Taus. 3 in 27 Taus. = 9 Taus. etc.

196) Theile a) 4,68 durch 10, b) 52,35 durch 20, c) 20,413 durch 16, d) 758,95 durch 9!
197) Die Erde legt auf ihrer Bahn um die Sonne im Mittel stündlich einen Weg von 14828,5 Meilen zurück; welchen Weg jede Minute, welchen jede Sekunde?
198) 11 Personen kaufen zusammen 9,62 Ctr. Zucker und theilen ihn zu gleichen Theilen unter sich; wie viel bekommt jede?
199) Was kostet die Elle Zeug, wenn 5 Ellen 4,35 fl. kosten?
200) Ein Fuhrmann überbrachte dem Weinhändler N. 18 gleich schwere Fässer mit Wein, welche zusammen 38,464 Ctr. wogen. Wie schwer wiegt jedes derselben?
201) Ein Grad des Erdäquators hält 381324,1 bayer. Fuss; wie viel bayer. Fuss fasst eine geogr. Meile, da deren 15 auf einen Grad gehen?

---

b) Dividiren einer ganzen Zahl durch einen Decimalbruch.

Man wolle beachten, was beim Kopfrechnen sub. b. gesagt ist.

Beispiel: Dividire 77 durch 3,5!

Berechnung: 35 : 770 = 22.
70
70

Damit der Divisor 3,5 gleiche Benennung erhält, nimmt man eine 10 mal grössere Summe an, daher: 3,5 × 10 = 35. Es muss nun aber auch der Dividend durch 10 vervielfältigt werden; 10 × 77 = 770. 3,5 sind nun in 77 gerade so oft enthalten, als 35 : 770, nämlich 22 mal.

202) Dividire a) 3 durch 0,75, b) 35 durch 0,4, c) 400 durch 0,25, d) 18 durch 3,6, e) 24 durch 0,64!

203) Wie viel Wiener Ellen a) 0,7792 Meter gehen auf 7 Meter?

204) Die Entfernung der Sonne von der Erde beträgt 20682440 geographische Meilen; wie viel macht es in österreichischen Meilen? (1 österr. Meile = 1,024 geogr. Meilen.)

205) Der Solstein in der Nähe von Innsbruck, der eine weite Fernsicht in die Inn- und Isarthäler und über die ausgedehnte Ebene von Bayern darbietet, hat eine Höhe von 9106 Pariser Fuss. Wie viel macht dies in Wiener Fuss à 140,127 Pariser Linien, da der Pariser Fuss 144 par. Linien enthält?

206) Wie viel Metzen à 1,9471 Cubikfuss enthalten 19 Cubikfuss?

207) Die Nürnberg-Fürther Eisenbahn ist 0,88 geogr. Meilen lang und hat 124770 preuss. Thaler Courant gekostet; wie hoch kam im Durchschnitt die geographische Meile?

208) Wie viel Loth fein Silber enthält ein Fünffrankenstück, da auf die feine Mark Silber à 16 Loth 10,394 Fünffrankenstücke gehen?

209) Wenn ein Rad einen Umfang von 8,752 bayer. Fuss hat; wie viel Umwälzungen muss es machen, um eine bayerische Chaussee-Meile zurück zu legen, da diese 25406 bayer. Fuss hält?

---

c) Dividiren eines Decimalbruches durch einen Decimalbruch.

Man wolle beachten, was beim Kopfrechnen lit. c. gesagt ist.

1. Beispiel: Dividire 8,579 durch 6,483!

Berechnung. Im Divisor und im Dividenden heisst der Nenner Tausendel. Vervielfältigt man beide durch 1000, so heisst die Aufgabe:

```
6483 : 8579 = 1,3233...
       6483
      -----
      20960
      19449
      ------
       15110
       12966
       ------
        21440
        19449
        ------
        -19910
         19449
         ------
           461
```

6.483 ist in 8,579 gerade so oft mal enthalten, als 6483 in 8579, nämlich 1,3233.
Man betrachtet daher bei gleichnamigen Nennern im Divisor und Dividenden die Decimalen als Ganze und dividirt dann, wie gewöhnlich.

2. Beispiel: Dividire 0,1728 durch 86,4!

Berechnung: 86.4 : 0.1728 = 864000 : 1728 = 0,002.

```
17280
172800
1728000
1728000
-------
-------
```

Um die Brüche im Divisor und Dividenden gleichnamig zu machen, müssen die 4 Zehntel im Divisor auch zu Zehntausendel gemacht werden; 4 Zehntel = 4000 Zehntausendel. Die Aufgabe heisst nun 86,4000 : 0,1728; 86,4000 : 0,1728 ist gerade so vielmal enthalten, als 864000 : 1728, nämlich 0,002mal. Man behandelt also auch hier, wenn die Decimalbrüche gleichnamig gemacht sind, die Decimalen wie Ganze und rechnet dann wie gewöhnlich.

210) Wie oft ist enthalten: a) 1,28 in 16,21, b) 0,0056 in 0,4, c) 0,00762089 in 0,046, d) 92,3 in 32093,633?

211) In einer Papiermühle wurden in 3,25 Monaten 3758,3 Buch Druckpapier fertig; wie viel in 1 Monat?

212) Adolph hat ein jährliches Einkommen von 839,5 fl.; wenn er nun täglich 2,3 fl. aufgehen lässt, wie viel wird er dann in einem gewöhnlichen Jahre erübrigen?

213) 1 Kilogramm feines Gold gilt 3437,77 Franks, 1 Kilogramm Silber 218,89 Franks. Wie oftmal ist der Werth des Goldes grösser, als der des Silbers?

214) Ein Weg erhebt sich auf 1096,425 Meter 39,87 Meter hoch. Auf wie viel Meter beträgt die Erhebung 1 Meter?

215) Welche Breite hat ein Rechteck von 1815,2186 Quadratfuss Inhalt und 73,58 Fuss Länge?

216) Wie oftmal ist der äusserste Planet Neptun weiter entfernt von der Sonne, als der nächste Planet Merkur, wenn der Abstand des Neptun von der Sonne das 30,203fache, und der Abstand des Merkurs das 0,387 fache der Entfernung der Erde von der Sonne beträgt?

217) Ein englischer Fuss hält 304,8, eine englische Yard 914,4 Millimetres: wie viel englische Fuss gehen auf eine Yard?

218) Der Sonnendurchmesser ist 112,21, der Durchmesser des Planeten Venus 0,97, des Planeten Jupiter 11,62 und des Mondes 0,27215 Erddurchmessern gleich. Wie viel mal grösser ist der Sonnendurchmesser, als der Durchmesser eines jeden der genannten Himmelskörper?

219) Wenn ein Grad des Erdäquators 342074,074074 und eine geographische Meile 22803,29 Pariser Fuss hält: wie viele geogr. Meilen gehen auf einen Grad des Aequators?

220) Das specifische Gewicht des Bleis ist 11,352, das specifische Gewicht des Silbers 10,474: wie viel mal mehr wiegt 1 Cubikfuss Blei, als ein Cubikfuss Silber?

---

d) Abgekürztes Dividiren der Decimalbrüche.

Auch das Verfahren beim Dividiren der Decimalbrüche kann abgekürzt werden, wenn nicht der Decimalbruch im Quotienten mit grösstmöglichster Genauigkeit angegeben werden soll. Das Verfahren, welches hiebei angewendet wird, soll durch die Berechnung des nachfolgenden Beispiels vor Augen gelegt werden.

Beispiel: Wie oft ist 8,562 in 724,3256 enthalten?

Berechnung: 8,562 : 724,3256. Vor Allem bringen wir beide Brüche auf gleiche Nenner: 8,5620 : 724,3256; hierauf betrachten wir beide Brüche wie ganze Zahlen, lassen daher den Decimalstrich weg und rechnen dann, wie folgt:

a) 85620 : 7243256 = 84,5977..
684960.
b) 85620 : -393656
342480
c) 8562 : -51176
42810
d) 856 : -8366
7705
e) 85 : -661
599
f) 8 : -62
59

Die 84 im Quotienten sind Ganze; die nachfolgenden Ziffern bilden den Decimalbruch und werden daher durch das Comma von 84 getrennt. Nach der gewöhnlichen Division mit Decimalbrüchen würden nun im Dividenden zur Berechnung der Decimalstellen des Quotienten Nullen angehängt werden müssen; nach der abgekürzten hängt man aber keine Null an, sondern lässt nun die letzte Ziffer des Divisors weg, daher bei c) nicht 85620 : 511760, sondern 8562 : 51176, bei d) nicht 8562 : 83660, sond. 856 : 8366; 9 × 856 = 7704; in der Berechnung steht aber **7705**, weil, wenn man den ganzen Divisor genommen hätte, zu 6 × 9 auch noch 1 vom vorhergehenden Produkte gekommen wäre. e) 85 : 661 = 7 mal; 7 × 85 = 595; in der Berechnung steht aber 599, weil, wenn die letzte weggeworfene Ziffer des Divisors mit 7 multiplicirt würde, (6 × 7) auch noch 4 zu 5 × 7 gekommen wäre. Dasselbe gilt f) von 59.

221) Dividire a) 22,263 durch 5,46837, b) 45670,2345 durch 245,34865, c) 235,235987.. durch 7,2684!

222) Die bayerische Elle hält genau genommen 833,011 Millimetres, die Hamburger 572,986; wie viel mal ist die bayerische grösser, als die Hamburger?

VI. Vermischte Aufgaben über Decimalbrüche zur Wiederholung.

223) Das Gusseisen ist 7,251 mal so schwer, als Regenwasser, und ein Cubikzoll Regenwasser wiegt 0,9004 Lth.; wie viel ℔ wiegt ein Körper von Gusseisen, der 5708,152 Cubikzoll körperlichen Inhalt hat?

224) Die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne beträgt 20682440 geographische Meilen. a) Wie viel macht dieses in Erddurchmessern à 1718,8734 Meilen? b) wie viel in Sonnendurchmessern, wenn der Sonnendurchmesser dem 120,05 fachen des Erddurchmessers gleich kommt?

225) Die Höhe des Chimborazzo in Amerika wird zu 20148,5 pariser Fuss angegeben. Wie viel sind dies a) badische, b) bayerische und c) würtemberger Fuss, da ein pariser Fuss = 144, ein bad.

Fuss = 132,98, ein bayer. Fuss = 129,38 und ein würtemberger Fuss = 127 pariser Linien ist?

226) Jemand wünscht einen Mehlkasten zu haben, welcher 4 bayer. Scheffel Mehl fasst. Derselbe soll 6′ lang und 3′ 2″ bayer. Decimalmasses breit sein; wie tief muss er werden, da das bayer. Schffl. 8,944 bayer. Cubikfuss hält?

227) Ein Bauer hinterlässt seinen 5 Kindern 80 Morgen Güter; davon sind 24,025 Morgen Ackerfeld, 14,327 Morgen Wiesen, 12,043 Morgen Weide, das Uebrige Wald. Zur Bezahlung der Schulden werden 0,25 des Waldes, 0,5 der Weide, 0,2 des Ackerfeldes und 0,1 der Wiesen verkauft. a) Wie viele Morgen von jeder Culturart können noch nach Abbezahlung der Schulden unter die 5 Kinder vertheilt werden? und b) wie viel erhält jedes Kind?

228) Eine Fläche, welche mit Sturzblech beschlagen wurde, hält 25□′ 50□″. Wenn nun die ganze Sturztafel 15,9375 ℔ wiegt, wie schwer ist 1□′?

229) Im alten Griechenlande rechnete man nach Talenten von 60 Minen, die Mine zu 100 Drachmen, die Drachme zu 6 Obolen. Wenn nun das Talent zu 2289 fl. 57 kr. gerechnet wird, wie viel gilt a) eine Mine, b) 1 Drachme, c) 1 Obolus nach unserem Gelde?

230) Wenn an einem Wagen ein Vorderrad 2′ 9″, ein Hinterrad 3′ 6″ Duodecimalmass im Durchmesser hat; wie oft hat sich ein Vorderrad, und wie oft ein Hinterrad um seine Achse gedreht, bis der Wagen eine bayer. Chausse-Meile zurückgelegt hat, da eine solche Meile 25406 Fuss hält?

(Kennt man den Durchmesser eines Kreises, so wird der Umfang des letztern dadurch aufgesucht, dass man den Durchmesser mit der Zahl 3,14159 multiplicirt.)

231) Ein Wirth kauft 12 Eimer Wein à 56,88 fl.; er hat aber 0,03 des Einkaufs Auslage dabei; er möchte nun den 0,77 Theil der ganzen Auslage als Gewinn haben. a) Um wie viel Kreuzer muss er die Mass theurer schenken, als er sie eingekauft hat, und b) was gewinnt er im Ganzen?

232) Was kostet ein eisernes Gitter ohne Rahmen, das 4′ 7″ hoch und 3′ 6″ breit ist, wenn dasselbe 4 senkrecht stehende und 3 Querstangen hat, wenn ferner der Schuh $\frac{3}{4}$ wiegt und das ℔ $18\frac{3}{4}$ kr. kostet?

233) Wie tief muss ein Wasserbehälter bei einer Länge von 4′ 8″ und einer Breite von 2′ 5″ bayer. Decimalmasses sein, wenn er 600 bayer. Pfund reines Wasser fassen soll?

234) Kleopatra, Tochter des Königs Ptolemäos Auletes in Aegypten, die nicht lange vor Christo lebte, löste bei einem Mahle, welches sie Antonius zu Ehren gab, eine kostbare Perle von 100000 Sestertien Werth in Essig auf und trank die Auflösung, mit Wein vermischt, auf das Wohl des Antonius. Wie viel kostese dieser Schluck Wein, wenn 1000 Sestertien nach unserem Gelde einen Werth von 91 fl. 3 kr. haben?

235) Ein Kaufmann hatte sich 20 Ctr. Zucker, 10 Ctr. Kaffee und 12 Centner Reiss bestellt, erhielt aber an Zucker 87 ℔, an Kaffee 55 ℔ und an Reiss 65 ℔ weniger. Der Centner Zucker kostet 75,28 fl., der Ctr. Kaffee 168,34 fl. und der Ctr. Reiss 26,66 fl.; wie hoch kommen dem Kaufmann alle diese Waaren zusammen?

236) Nachstehende Angaben zeigen die Stärke des Windes in Wiener Pfunden ausgedrückt, wenn er bei verschiedenen Geschwindigkeiten senkrecht auf eine Fläche von einem Wiener Quadratfuss stösst. a) Bei einer Geschwindigkeit des Windes von 20 Wiener Fuss in der Sekunde 0,74 ℔, b) bei einer Geschwindigkeit von 40 Fuss 3,225 ℔, c) bei einer Geschwindigkeit von 50 Fuss 4,7 ℔, d) bei einer Geschwindigkeit von 60 Fuss, 6,8 ℔ und e) bei einer Geschwindigkeit von 74,22 Fuss, also bei Sturm, 10 ℔. Wie gross ist der Gesammtdruck des Windes bei jeder der angeführten Geschwindigkeiten auf eine der Richtung des Windes senkrecht entgegenstehende Wand eines Hauses, welche 48,5 Fuss breit und 22,5′ Fuss Wiener Mass hoch ist?

237) Was kostet das Gitter einer Altane, welche 3,4′ hoch ist, wenn in der Länge 36 und in jeder Tiefe 12 Stäbe aufgerichtet werden, wenn ferner der laufende Schuh $\frac{7}{8}$ ℔ wiegt und das ℔ mit $19\frac{1}{4}$ kr. bezahlt wird?

238) Zur Wiederherstellung und Vollendung des Mailänder Domes wurden verwandt: Im J. 1806: 88212,3 Francs, 1807: 178548,4, 1808: 644018,3, 1809: 483975,42, 1810: 505991,26, 1811: 509514,15, 1812: 401153,58, 1813: 394320,87 Francs. Vom Jahre 1815 an bewilligte der Kaiser von Oesterreich jährlich die Summe von 122800,5 Francs, wovon 30000 Franks zur Bestreitung des Gottesdienstes abgehen. Wie viel betrug Ende 1850

die Gesammtsumme der Ausgaben in Francs, wie viel in österr. Gelde, den Gulden zu 2,61 Francs gerechnet?

239) Wie hoch kommt ein Blitzableiter, der 489,17′ laufend Eisen enthält, wenn der Fuss $\frac{3}{4}$ ℔ wiegt und 1 ℔ 13,5 kr. kostet, und wenn daran 21 Stützen à 1,2′ lang, ferner 16 Stück Mutterschrauben à 6 kr., 3 Kupferspitzen à 1 fl. angebracht und 24 ℔ Blei à 6 kr. dabei verbraucht wurden?

240) Welcher Theil eines Jahres ist ein Tag, wenn das Jahr zu 365 Tagen 5 Stunden und 48 Minuten gerechnet wird, in einem Decimalbruch von 10 Stellen ausgedrückt?

241) $9\frac{1}{2}$ Kronenthaler gehen auf 1 Wiener Mark à 16 Loth; wie schwer ist 1 Krthlr. in Loth und Grän?

242) Es kauft Jemand 60 Schffl. Dinkel, 100 Schffl. Haber und 40 Schffl. Gerste. Er giebt für 1 Schffl. Dinkel 5,25 fl., für 1 Schffl. Haber 3,42 fl. und für 1 Schffl. Gerste 6,45 fl. Er verkauft 0.6 des Dinkels, den Schffl. zu 5,75 fl., 0,25 des Habers, den Schffl. zu 4,1 fl. und 0,5 der Gerste zu 7,2 fl. a) Was löst er für die verkaufte Frucht, und b) was kostet ihm nun die Frucht, welche er noch übrig hat?

VII. Dreisatz-, Proportions- und Kettenrechnungen, in welchen die Decimalbrüche ihre Anwendung finden.

Decimalbrüche kommen nicht bloss in der weiter oben schon behandelten Decimalbruchrechnung vor, sondern auch im Zwei- und Dreisatze, in der Proportions- und Kettenreehnung etc. Die Behandlung der Decimalbrüche ist auch hier keine andere, als dort. Die Art der Berechnung wird am besten aus den hier berechneten Beispielen und aus den Erklärungen hiezu erkannt werden.

Zifferrechnen.

1. Beispiel. Wenn ein Arbeiter in 3 Tagen 4,83 fl. verdient, wie viel verdient er in 7 Tagen?

Berechnung:

a) nach dem Dreisatze:

1,61
4,83 × 7
fl.? 3 = 11,27 fl.

Die Frage ist? Wie viel fl.? Wenn in 3 Tagen 4,83 fl. verdient werden, so wird in 1 Tag der 3. Theil von 4,83 fl. verdient, in 7 Tagen aber 7 mal so viel, als in 1 Tag. Hiernach bildet die Zahl 3 den Nenner, 4,83 wird nun ganz so betrachtet, wie 483 Ganze. 483 lässt sich durch den Nenner 3 heben; 3 : 483 = 161, daher 3 : 4,83 = 1,61 ; 7 × 1,61 = 11,27 fl.

b) Nach der Proportionsrechnung:

3 : 7 = 4,83 : x fl.
1,61
×7
11,27 fl.

Auch hier wird 4,83 eben so behandelt, wie 483 Ganze, welche sich durch 3 heben lassen. Da der 3. Theil von 483 = 161 ist, so ist der 3. Theil von 4,83 = 1,61 ; dieses 7 mal genommen = 11,27 fl.

c) Nach der Kettenrechnung:

fl. ?	7 Tg.
Tg. 3	4,83 fl.
	1,61
	11,27 fl.

Der Ansatz ist ganz so, wie bei einer andern Kettenrechnung. Man betrachtet, wie beim Bruchdividiren den Dividenden 4,83 als ganze Zahl, also als 483; diese lässt sich durch 3 heben. Dem Quotienten (hier 161) werden wieder so viele Stellen abgeschnitten, als der Dividend Decimalstellen hatte; hier daher zwei.

2. Beispiel: Zu einem Ueberrock gebraucht Jemand 3,85 Ellen, wenn das Tuch 1,8 Ellen breit ist; wie viel Ellen braucht er, wenn das Tuch nur 1,5 Ellen breit ist?

Berechnung:

a) Nach dem Dreisatze:

6
3,85 × 18
Ell. ? 15
5
= 23,10 / 5 : 23,10 = 4,62 Ellen

Frage: Wie viel Ellen? Bei der Breite von 1,8 = $\frac{18}{10}$ Ell., braucht man 3,85 Ellen Tuch, bei der Breite von 0,1 18 mal 3,85, bei der Breite von $\frac{15}{10}$ aber nur den 15. Theil von 18 × 3,85 Ellen Tuch. Warum 1,8 und 1,5 in der Rechnung als Ganze angeschrieben wurden, geht schon aus der Erklärung hervor. Diese Decimalbrüche können übrigens auch als solche angeschrieben werden, und dann stellt sich die Rechnung dar, wie folgt:

$$\frac{3{,}85 \times \overset{0{,}6}{1{,}8}}{\text{Ell. ?} \quad \underset{0{,}5}{1{,}5}} = \frac{2{,}310}{0{,}5} \; 0{,}5 : 2{,}310 = 4{,}62 \text{ Ellen.}$$

b) Nach der Proportionsrechnung:

1,5 : 1,8 = 3,85 : x Ell.
 5   6   ×6
 5 : 23,10 = 4,62 Ell.

Kommen in den einzelnen Gliedern Ganze mit Decimalbrüchen vor, so werden auch die Decimalen als Ganze betrachtet und bei der vorkommenden Multiplication und Division wird ganz so verfahren, wie dies schon bei der Decimalbruch-Rechnung gezeigt wurde.

c) Nach der Kettenrechnung?

Ell. ?	
br. Ell. 1,5	1 Ueberr.
Ueberr. 1	3,85 Ell.
5	1,8 Ell. br.
	6
5	23,10 = 4,62 Ell.

Je breiter das Tuch, desto weniger Ellen, je schmaler, desto mehr Ellen. Zu der Frage: Wie viel Ellen Tuch braucht man? muss daher zugleich gesetzt werden, dass dasselbe 1,5 Ell. breit ist etc. Die in diesen Rechnungen vorkommenden Multiplicationen und Divisionen mit Decimalbrüchen werden, wie aus der nebenstehenden Rechnung sich ergiebt, ganz so vorgenommen, wie es bei der Decimalbruchrechnung geschah.

243) 11 Ctr. Zinkblech kosten 11,75 fl.; wie viel kosten a) 37, b) 139 Ctr.?

244) 23,6 Kilogramm kosten 5,48 Francs; wie hoch kommen 5,9 Kilogramm?

245) Für 6,24 fl. erhält man 17,53 Ellen; wie viel erhält man a) für 9,36 b) für 27,04, c) 43,34 fl.?

246) Die Pinakothek in München ist 520 bayerische Fuss lang; wie lang ist dieses Gebäude in pariser Mass, da der bayerische Fuss 129,38, der pariser Fuss aber 144 pariser Linien hält?

247) Wie viel Ellen Zeug erhält man für 19,76 fl., wenn man für 23,43 fl. 13,457 Ellen erhält?

248) 17,25 ℔ Honig kosten 23,48 fl.; wie hoch kommen 11,57 ℔?

249) Beim Ausbruche des Aetna im Jahre 1819 floss die Lava 14 italienische Meilen weit; was beträgt dieser Weg in deutschen Meilen, da die italienische Meile 5717,13, die deutsche 22803,29 pariser Fuss hält?

250) Auf dem Umfang eines Rades gehen 24 Zähne, wenn dieselben 0,0376 Metres auseinander stehen. Wie weit stehen dieselben auseinander, wenn auf demselben Umfang 28 Zähne gehen?

251) Um wie viel Procent ist das bayerische Handelspfund grösser als das englische, und um wie viel Procent das englische kleiner, als das bayerische, da das bayerische 560, das englische 453,594 Grammen hält?

252) Der Mond durchläuft in 27,321661 Tagen 360 Grade am Himmel; wie viel Grade durchläuft derselbe in 0,25 Tagen?

253) Ein Cylinder, dessen Durchmesser 11 Fuss, dessen Höhe 20 Fuss beträgt, enthält 1900,6631 Kubikfuss. Es soll ein anderer Cylinder gefertigt werden, welcher 2500 Kubikfuss enthält, dessen Höhe jedoch nur 8 Fuss sein darf; wie gross ist der Durchmesser desselben anzunehmen?

Zweiter Abschnitt.

Die Procent- und Zinseszinsrechnung.

I. Procentrechnung mit Discont-, Rabatt-, Provisions-, Courtage-Rechnung etc.

Die nöthige Belehrung über das Wort Procent haben wir schon bei der Zinsberechnung (s. Theil 3, Seite 65—83) gegeben; auch haben wir dort schon die Procentrechnung vorgeführt. Da die Procentrechnung ihre Anwendung aber nicht blos in der Zins-, sondern auch in der Berechnung von Agio, Disconto, Rabatt, Provision, Courtage, Assecuranz-Prämien, Gewinn und Verlust 2c., bei Tara und den dahin einschlagenden Rechnungen findet und die genaue Kenntniß dem Geschäftsmanne ganz unentbehrlich ist, so ist es nöthig, hier noch einmal darauf zu kommen.

Es wird jedoch nicht erforderlich sein, wie es dort geschehen ist, auch hier wieder, a) die in einem gegebenen Werthe enthaltenen Procente, b) das nach gewissen Procenten zu berechnende Capital und c) den Procentfuß aufzusuchen, sondern wird schon hinreichen, wenn auf den 3. Theil hier hingewiesen wird; die Absicht liegt vielmehr hier zu Grunde, auf einige Vortheile, die bei der Procentrechnung angewendet werden können, aber dort noch nicht gezeigt wurden, aufmerksam zu machen, und die Anwendung auf die oben genannten Rechnungen zu zeigen.

Auch muß hier bemerkt werden, daß die Procente auf zwei ganz verschiedene Arten berechnet werden. Wenn z. B. für Vollziehung eines Geschäftes für einen Andern von diesem 3 Procent Provision bewilligt werden, so kann dies heißen: von je 103 fl. werden 3 fl. abgezogen, oder es heißt: von je 100 fl. werden 3 fl. abgezogen und daher für 100 vereinnahmte Gulden nur 97 fl. gezahlt. Die erste Art des Abzugs nennt man Procente auf 100, die zweite Art aber Procente von oder in 100. Die erste Art des Abzugs kommt in vielen Handelsplätzen Deutschlands nur wenig oder nicht in Anwendung, ob mit Recht oder Unrecht, will ich hier nicht entscheiden.

Nelkenbrecher und Baltrusch sprechen sich nur für die zweite Art aus; Dr. H. Schellen sagt aber: „Die natürliche Auffassung der Frage, um wie viel Procent die eine Größe größer oder kleiner sei, als die andere, spricht direkt gegen jene Feststellung von Nelkenbrecher und Baltrusch.“ Er sagt: Der Ausdruck: A steht 25% höher, als B, wird am einfachsten und ungezwungensten so gedeutet werden: A hat 25 Theile mehr auf je 100 Theile des B, oder: Wenn B 100 Theile hat, so hat A deren 25 mehr, also 125. Fragt man also, um wie viel Procent die eine Größe größer sei, als die andere, so wird man die kleinere Größe als 100 annehmen. Der Ausdruck: B steht um 20% niedriger, als A, wird am natürlichsten so gedeutet werden: B hat 20 Theile weniger auf je 100 Theile des A, oder: Wenn A 100 Theile hat, so hat B 20 Theile weniger, also 80 Theile. Fragt man also, um wie viel Procent die eine Größe kleiner sei, als die andere, so wird man die größere Größe als 100 annehmen. Wenn demnach A um 25% höher steht, als B, so steht B nicht auch um 25%, sondern nur um 20% niedriger.“

Für so natürlich und richtig auch diese Auffassung erkannt werden muß, so müssen wir uns hier doch nach den hergebrachten Usancen richten.

Es soll nun, ehe zum praktischen Rechnen übergegangen wird, zuerst das Nöthige über die Rechnungsarten, in welchen die Procentrechnung ihre Anwendung findet, in Kürze hier angegeben werden.

Provision, auch Commission, Commissionsgebühr genannt, ist die Gebühr, welche ein Kaufmann für die Besorgung eines ihm übergebenen Auftrages, als Entschädigung für die damit verbundene Mühe und für den Zeitaufwand sich vergüten läßt. Sie wird größtentheils procentweise nach dem Geldwerthe des betreffenden Gegenstandes in Anrechnung gebracht; nur der Spediteur, der von dem Werth der besorgten Waaren gar nicht in Kenntniß gesetzt wird, berechnet sie nach dem Gewicht und zuweilen auch nach der Anzahl der Stücke. Hier ist die nach Procenten berechnete Provision gemeint. Was die Höhe der üblichen Provision betrifft, so ist dieselbe seh verschieden, für Geld- und Bankgeschäfte gewöhnlich $\frac{1}{2}$ Procent, für Waaren-Ein- und Verkäufe 1—4%, in der Regel $1\frac{1}{2}$ — 2%.

Courtage oder Mäklergebühr, auch Sensarie, ist eine Vergütung für die dem Mäkler oder Sensal übertragenen und von ihm besorgten Geschäfte. Ein Mäkler oder Sensal ist aber eine öffentlich bestellte und durch einen Eid für seinen Geschäftskreis verpflichtete Person, um in Handelsangelegenheiten zwischen Kaufleuten oder für Kaufleute Geschäfte einleiten oder abschließen zu können. Man bedient sich der Sensale bei Ein- und Verkäufen von Waaren, Wechseln, Staatspapieren, bei Abschluß von Geldanleihen, Fracht- und Assekuranzverträgen ꝛc. Die Courtage, Sensarie oder Mäklergebühr wird ebenfalls nach Procenten bestimmt, in der Regel $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{2}$%. Sie wird gewöhnlich von jedem der Contrahenten ganz bezahlt; doch giebt es auch Ausnahmen.

Disconto oder Sconto heißt im Allgemeinen der Abzug auf eine Zahlung, welche der Zahlende früher entrichtet, als dieselbe fällig ist; er wird nach Procenten bezeichnet. Es giebt zwei Gattungen von Disconto, 1) den, welchen man bei Bezahlung von Wechseln und Capitalschulden in Anwendung bringt, und 2) den Disconto auf Zahlungen für empfangene Waaren, welchen letzteren man im deutschen Handel auch Rabatt nennt. Bei dem Abzug des Disconto richtet man sich entweder nach dem landesüblichen Zinsfuß oder nach einem getroffenen Uebereinkommen. Obwohl man genau genommen den Disconto auf Hundert berechnen sollte, so hat man sich doch an die Berechnung in oder von Hundert gewöhnt.

So wie bei der Zinsrechnung, so nimmt man auch bei der Discontorechnung das Jahr zu 360 und den Monat zu 30 Tagen an. Das Verfahren bei der Berechnung des Disconto ist: Man rechnet die Zinsen von dem Belauf des Wechsels vom Tage des Verkaufs an bis zum Verfalltag und zieht die hierdurch erhaltene Summe von dem Wechselbetrag ab; die sich hierdurch ergebende Summe hat man für den Wechsel, welchen man discontiren läßt, zu empfangen.

Disconto auf Zahlungen, für empfangene Waaren, welche man auch Rabatt nennt, findet dann statt, wenn eine Waare auf Credit oder auf Zeit verkauft worden ist, und der Käufer es vorzieht, den Belauf derselben vor Ablauf der bewilligten Frist zu zahlen, in welchem Falle er von der Anzahl der Tage, um welche er früher als vertragsmäßig bezahlt, den Disconto oder Rabatt nach einem schon festgesetzten Fuß berechnet und abzieht. Er wird ebenfalls nicht auf, sondern in oder vom Hundert berechnet. Nur in Hamburg wird der Discont oder Rabatt auf Zucker auf Hundert in Anrechnung gebracht.

Wenn mir z. B. in Hamburg bei Baarzahlung von 106 Mk. Bco. für Zucker 6% Rabatt gestattet sind, so brauche ich bei der Baarzahlung nur 100 Mk. Bco. zu zahlen. In anderen Handelsstädten brauche ich aber bei 6% Rabatt, wenn ich baar zahle, für 100 Thlr. nur 94 Thlr. zu entrichten. In Leipzig findet namentlich bei der Meßzahlung ein Rabatt von 10—15% statt. Ein Abzug ist dort auch das Agio, 2%, wenn nicht in Gold, sondern in Silber gezahlt wird. Im deutschen Buchhandel gestattet auch der Verleger den Sortimentsbuchhändler Rabatt, gewöhnlich $33\frac{1}{3}$%, bisweilen aber nur 25%. Auch der Sortimentsbuchhändler gestattet seinen Kunden einen Rabatt.

Noch glaube ich Folgendes bemerken zu müssen: Wenn Courtage, Provision, Assecuranz-Prämie und andere Unkosten von einem Einkaufe berechnet werden, so vermehren sie den Betrag des Einkaufs und werden daher zu demselben gezählt. Werden sie aber von einem Verkaufe gerechnet, so vermindern sie den Ertrag desselben und werden daher von demselben in Abzug gebracht. In beiden Fällen werden sie vom Hundert gerechnet.

Kopfrechnen.

1) Procente in oder von Hundert.

Wenn eine Summe zu 5% berechnet ist, so machen die Procente den 20. Theil dieser Summe, weil 5 : 100 = 20 mal enthalten ist.

1. Beispiel. Wie viel betragen 5% von 800 fl.?

Berechnung. Den 20 Theil von 800 fl. = 40 fl.

Wenn eine Summe zu $2\frac{1}{2}$% berechnet ist, so machen die Procente den 40. Theil derselben, weil $2\frac{1}{2}$: 100 = 40 mal enthalten ist.

2. Beispiel. Wie viel betragen $2\frac{1}{2}$% von 600 fl.?

Berechnung. Den 40. Theil von 600 fl. = 15 fl.

Ist die Summe zu $1\frac{1}{4}$% berechnet, so machen die Procente den 80. Theil derselben.

3. Beispiel. Wie viel betragen $1\frac{1}{4}$% von 3200 fl.?

Berechnung. Den 80. Theil von 3200 fl. = 40 fl.

Ist die Summe zu 10% berechnet, so betragen die Procente den 10. Theil derselben.

4. Beispiel. Wie viel betragen 10% von 7650 Thlr.?

Berechnung. Den 10. Theil von 7650 Thlr. = 765 Thlr.

Ist die Summe zu 20% berechnet, so betragen die Prozente den 5. Theil der Summe.

5. Beispiel. Wie viel machen 20% von 6400 Mk. Bc.?

Berechnung. Der 5. Theil von 6400 Mk. Bc. = 1280 Mk. Bc.

Ist die Summe zu 25% berechnet, so betragen die Procente den 4. Theil der Summe, weil 25 : 100 = 4 mal enthalten ist.

6. Beispiel. Wie viel machen 25% von 3600 Liv. Sterl.?

Berechnung. Der 4. Theil von 3600 = 900 Liv. Sterl.

Ist die Summe zu $12\frac{1}{2}$% berechnet, so betragen die Procente den 8. Theil von der Summe.

7. Beispiel. Wie viel machen $12\frac{1}{2}$% von 4800 Franken?

Berechnung. Der 8. Theil von 4800 = 600 Franken.

8. Beispiel. A hat dem Buchhändler B eine Rechnung von 220 fl. zu zahlen; B bewilligt 10% Rabatt; wie viel hat A zu zahlen?

Berechnung. Der 10. Theil von 220 fl. beträgt 22 fl. Diese 22 fl. von 220 fl. abgezogen, bleiben noch zu bezahlen 198 fl.

Auch auf Monate und Tage lassen sich die Procente aus dem Kopfe mit Vortheil berechnen. Ich muß aber, um nicht zu weitläufig zu werden, hier nur andeutend verfahren. Die Gründe zu diesem Verfahren sind leicht zu finden.

100 fl. zu 6% jährlich werfen in 1 Monat den 12. Theil von 6 fl. $= \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ fl. ab, in 1 Tag den 30. Theil von 30 kr. = 1 kr.

100 fl. zu 3% jährlich, in 1 Mon. $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ fl. = 15 kr., in 1 Tag $\frac{15}{30} = \frac{1}{2}$ kr.

100 fl. zu $1\frac{1}{2}$% jährl., in 1 Mon. $\frac{1}{8}$ fl. = $7\frac{1}{2}$ kr., in 1 Tag $\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$ kr.

100 fl. zu $4\frac{1}{2}$% jährl., in 1 Mon. $\frac{3}{8}$ fl. = $22\frac{1}{2}$ kr., in 1 Tag $\frac{45}{60} = \frac{3}{4}$ kr.

100 fl. zu 1% jährl., in 1 Mon. $\frac{1}{12}$ fl. = 5 kr., in 1 Tag $\frac{5}{30} = \frac{1}{6}$ kr.

100 fl. zu 2% jährl., in 1 Mon. $\frac{1}{6}$ fl. = 10 kr., in 1 Tag $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$ kr.

100 fl. zu 4% jährl., in 1 Mon. $\frac{1}{3}$ fl. = 20 kr., in 1 Tag $\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$ kr.

100 fl. zu 5% jährl., in 1 Mon. 25 kr., in 1 Tag $\frac{25}{30} = \frac{5}{6}$ kr. rc.

9. Beispiel. Wie viel werfen 300 fl. zu 6% jährlich in 24 Tagen ab?

Berechnung. 100 fl. zu 6% in 1 Tag 1 kr., 300 fl. daher 3 kr., in 24 Tagen also $3 \times 24 = 72$ kr. = 1 fl. 12 kr.

10. Beispiel. 400 fl. zu 5% jährlich, wie viel werfen sie in 15 Tagen ab?

Berechnung. 100 fl. zu 5% werfen in 1 Mon. 25 kr., in 15 Tagen oder $\frac{1}{2}$ Mon. daher $12\frac{1}{2}$ kr.; 400 fl. werfen demnach in 15 Tagen $4 \times 12\frac{1}{2} = 50$ kr. ab.

In Preußen macht jedes Procent, d. h. jeder Thaler Zins auf 1 Jahr für den Tag den 360. Theil von 1 Thaler; 1 Thlr. = 30 Sgr., 1 Sgr. = 12 Pf. = $30 \times 12 = 360$ Pf., der 360 Theil von 1 Thlr. oder 360 Pf. ist daher 1 Pf. Also kurz: So viel Thlr. Zins fürs Jahr, so viel Pfennige Zins für den Tag.

11. Beispiel. Wie viel werfen 300 Thlr. zu 4% in 15 Tagen ab?

Berechnung. 100 Thlr. zu 1% bringen in 1 Tag 1 Pf., 300 Thlr. bringen daher in 1 Tag 3 Pf., zu 4% bringen sie daher 4×3 Pf. = 12 Pf. = 1 Sgr. Zins, in 15 Tagen also $15 \times 1 = 15$ Sgr.

12. Beispiel. Wie viel werfen 2000 Thlr. zu 5% in 20 Tagen ab?

Berechnung. 2000 Thlr. werfen in 1 Tag 20 Pf. = 1 Sgr. 8 Pf., daher in 20 Tagen 20 × 1 = 20 Sgr. und 20 × $\frac{2}{3}$ Sgr. = $\frac{40}{3}$ = 13$\frac{1}{3}$ Sgr., im Ganzen 20 + 13$\frac{1}{3}$ = 33$\frac{1}{3}$ Sgr. = 1 Thlr. 3$\frac{1}{3}$ Sgr. ab.

In England macht jedes Procent, d. h. jeder Liv. Sterl. Zins auf 1 Jahr für jeden Tag den 360. Theil von 1 Liv. Sterl.; wenn man nämlich das Jahr nur zu 360 Tagen annimmt. *) 1 Liv. Sterl. = 20 Schill.; 1 Schill. = 12 Pence, 1 Liv. Sterl. daher = 20 × 12 Pence = 240 Pence; der 360. Theil von 240 Pence = $\frac{240}{360}$ = $\frac{24}{36}$ = $\frac{2}{3}$ P. Also kurz: So viel Liv. Sterl. Zins fürs Jahr, so viel mal $\frac{2}{3}$ Pence Sterl. Zins für den Tag.

13. Beispiel. Wie viel Zins betragen 500 Liv. Sterl. zu 3% in 18 Tagen?

Berechnung: 100 Liv. Sterl. zu 3% bringen in 1 Tag 3 × $\frac{2}{3}$ = 2 Pence, in 18 Tagen daher 18 × 2 = 36 Pence oder 3 Schllg.; 500 Liv. Sterl. bringen folglich 5 × 3 = 15 Schllg. Sterl.

14. Beispiel. Ein Kaufmann kauft für 1200 Liv. Sterl. Waare, zahlbar nach 6 Monaten. Er zahlt aber gleich baar mit 6% Rabatt. Wie viel beträgt der Rabatt, und wie viel muß er bezahlen?

Berechnung. Der Rabatt beträgt auf die 6 Monate oder auf $\frac{1}{2}$ Jahr 3%; für 1200 Liv. Sterl. beträgt er also 3 × 12 = 36 Liv. Sterl. Werden diese von 1200 L. St. abgezogen, so bleibt zu bezahlen 1164 Liv. Sterl.

1) Wie viel ist auf eine Waarenrechnung von 500 Franken mit Bewilligung von 5% Rabatt baar zu zahlen?
2) Wie viel Procente hat ein Papiermacher einem Papierhändler bewilligt, wenn letzterer für 10 Ballen Papier a 20 fl., nur 185 fl. baar bezahlen darf?
3) Jemand schuldet einem Kaufmanne für gekaufte Waaren 450 Mark Bco.; bei Baarzahlung sind ihm aber 10% Abzug bewilligt; wie viel hat er zu entrichten, da er baar zahlt?
4) Wie viel beträgt der Rabatt zu 10% von einer Waare, deren Werth 2000 Thlr. ist?
5) Für den Centner Waare muß Jemand 75 fl. mit 8% Abzug zahlen; wie viel ist dafür zu entrichten?

---

*) Es wird jedoch in diesem Lande der Zinsfuß gewöhnlicher für 365 Tage berechnet, bei welcher Berechnung man sich sogenannter Zinstabellen bedient.

6) Ein Kaufmann hat zu bezahlen dem A in Paris 150 Franken mit 12% Abzug, dem B in London 375 Liv. Sterl. mit 6% Abzug, dem C in Hamburg 500 Mk. Bco. mit 9% Abzug. Wie viel hat er Jedem zu zahlen?

7) Ein Obsthändler giebt einer Herumträgerin 40% Rabatt. Eines Tages zahlt sie ihm 15 fl. für Kirschen. Wie viel Körbe Kirschen zu $1\frac{2}{3}$ fl. hat sie verkauft?

8) Eine nach $\frac{3}{4}$ Jahren zu zahlende Summe wird gegen Zinsabzug von 6% fürs Jahr mit 382 Thlr. gleich baar abgetragen. Wie hoch beläuft sich die Summa?

9) Ein Wechsel von 400 Thlr., nach 3 Monaten zahlbar, wird mit 396 Thlr. nach Abzug des Disconto baar bezahlt; wie viel Procent beträgt der monatliche Disconto?

10) Ein Stück Tuch von 45 Ellen wird für 105 Thlr. mit 12% Rabatt, wenn man sogleich baar bezahlt, verkauft, wie viel ist dafür zu zahlen?

11) Jemand zahlt 350 Liv. Sterl., die in 2 Jahren erst bezahlt werden können, sogleich gegen jährlich 7% Abzug; wie viel hat er nur zu zahlen?

12) Ein Kaufmann zahlt eine Summe von 4000 fl., die er erst in 20 Tagen zu zahlen hätte, gegen Abzug von 6% sogleich; wie viel muß er zahlen?

13) Ein Wechsel von 2000 preuß. Thlrn., in 24 Tagen zahlbar, wird mit einem Abzug von 5% sogleich bezahlt; wie viel muß dafür entrichtet werden?

14) Jemand zahlt in London eine Summa von 200 Liv. Sterl., die erst in 24 Tagen zahlbar wäre, gegen einen Abzug von 6% sogleich; wie viel hat er zu bezahlen?

15) Wie viel werfen 7000 Thlr. zu 3% in 10 Tagen ab?

16) Einem Handlungsreisenden wird der Absatz einer Waare übertragen gegen $6\frac{1}{2}$ Procent Provision. Er setzt für 700 fl. Waaren ab; was beträgt seine Provision?

---

2) Procente auf Hundert.

1. Beispiel. Wilhelm hat von Eduard nach Verlauf von 8 Jahren 700 fl. zu fordern. Er möchte jedoch das Geld sogleich in Empfang nehmen und ist bereit, dem Eduard 5 Procent Zinsabzug auf 100 zu seiner Schadloshaltung zu gestatten. Wie viel beträgt der Zinsabzug, und wie viel hat er baar zu bezahlen?

Berechnung. 100 fl. wachsen in 1 Jahre zu 105 fl. und in 8 Jahren zu 140 fl. an. So oft nun 140 in 700 fl. enthalten sind, so viel Hundert hat er zu zahlen. 140 in 700 ist 5 mal enthalten; Eduard hat demnach 500 fl. zu zahlen. 200 fl. beträgt daher der Zinsabzug; denn auf 200 fl. beläuft sich der Zins von 700 fl. Capital zu 5% in 8 Jahren.

2. Beispiel. Jemand zahlt eine Summa, welche nach 10 Jahren fällig ist, sogleich mit 80 fl. baar bei einem Rabatt zu 5% auf 100. Wie viel beträgt die ganze Forderung?

Berechnung. 100 fl. tragen in 10 Jahren zu 5% Abzug auf Hundert 50 fl. Zins, also die Hälfte des Capitals. Die 80 fl. tragen daher in 10 J. 40 fl. Zins. Die ganze Forderung beträgt sonach 80 und 40 = 120 fl.

17) Jemand hat nach 5 Jahren 480 Thlr. zu fordern. Wenn er nun das Geld zu 4% Rabatt auf Hundert sogleich zu erhalten wünscht, wie viel muß ihm gezahlt werden?

18) Peter kaufte eine Wiese um 575 fl., welche er nach 3 Jahren zu erlegen hat. Wenn er diese 575 fl. aber gleich zahlt, so will ihm der Verkäufer 5% Zinsabzug auf Hundert gewähren. Wie viel hat Peter jetzt zu zahlen?

19) Jemand hat nach 4 Jahren 354 Mk. Bco. zu fordern. Wenn er nun das Geld zu $4\frac{1}{2}$ Procent Rabatt auf Hundert sogleich zu erhalten wünscht, wie viel muß ihm gezahlt werden?

20) Fritz zahlt eine Summe, die nach 5 Jahren fällig ist, bei einem Rabatt zu 5% auf 100 sogleich mit 400 fl. baar. Wie viel beträgt die eigentliche Forderung?

21) Wie viel beträgt die Provision für einen besorgten Einkauf von 1800 Liv. Sterl. zu $\frac{2}{3}$ Procent Provision aufs 100?

22) Ein Wechsel von 4000 Franken wird 6% Disconto auf Hundert verkauft. Wie viel beträgt a) der Discont, und wie viel b) die baare Auszahlung?

Zifferrechnen.

1) Procente in oder von Hundert.

Wenn eine Summe zu 1% berechnet ist, so machen die Procente den 100. Theil der Summe.

1. Beispiel. Wie viel beträgt 1% von 7950 fl.

Berechnung. Den 100. Theil von 7950 fl.

100 : 7950 = 79½ fl.

Wenn eine Summe zu ½% berechnet wird, so machen die Procente den 200. Theil der Summe, weil ½ : 100 = 200 mal enthalten ist.

2. Beispiel. Wie viel beträgt ½% von 9758 fl.?

200 : 9758 = 48 fl. 47⅖ kr.

3. Beispiel. Wie viel betragen 1¼% von 6750 fl.?

Berechnung. 80 : 6750 = 84⅜ fl. (Die Erklärung hierüber siehe: Kopfrechnen, Beisp. 3.)

4. Beispiel. Wie viel betragen 2½% von 7580 Thlr.?

Berechnung. 40 : 7580 = 189½ Thlr. (Die Erklärung hierüber siehe: Kopfrechnen, Beispiel 2.)

Wenn eine Summe zu 3⅓% berechnet wird, so machen die Procente den 30. Theil der Summe, weil 3⅓ in 100 dreissigmal enthalten ist.

5. Beispiel. Wie viel betragen 3⅓% von 7890 Mk. Bco.?

Berechnung. 30 : 7890 = 263 Mk. Bco.

Wenn eine Summe zu 4% berechnet wird, so machen die Procente den 25. Theil der Summe.

6. Beispiel. Wie viel betragen 4% von 6480 Mk. Bco.?

Berechnung. 25 : 6480 = 259⅕ Mk. Bco.

Wenn eine Summe zu 4⅙% berechnet wird, so machen die Procente den 24. Theil der Summe, weil 4⅙ in 100 vier und zwanzigmal enthalten ist.

7. Beispiel. Wie viel betragen 4⅙% von 7280 Franken?

Berechnung. 24 : 7280 = 303⅓ Franken.

Wenn die Summe zu 6¼% berechnet wird, so machen die Procente den 16. Theil von der Summe, weil 6¼ in 100 = 16mal enthalten ist.

8. Beispiel. Wie viel machen 6¼% von 6760 Franken?

Berechnung. 16 : 6760 = 422½ Franken.

Wenn eine Summe zu 6⅔% berechnet wird, so machen die Procente den 15. Theil von der Summe, weil 6⅔ in 100 = 15mal enthalten ist.

9. Beispiel. Wie viel machen $6\frac{2}{3}$% von 7890 Liv. Sterl.?

Berechnung. 15 : 7890 = 526 Liv. Sterl.

$8\frac{1}{3}$ Proc. ist der 12. Theil der ganzen Summe.

10. Beispiel. Wie viel machen $8\frac{1}{3}$% von 5678 Thlr.?

Berechnung. 12 : 5678 = $473\frac{1}{6}$ Thlr.?

$11\frac{1}{9}$ % ist der 9. Theil der ganzen Summe.

11. Beispiel. Wie viel machen $11\frac{1}{9}$% von 7560 Thlr.?

Berechnung. 9 : 7560 = 840 Thlr.

$12\frac{1}{2}$ % = dem 8. Theil der ganzen Summe.

12. Beispiel. Wie viel betragen $12\frac{1}{2}$% von 8976 fl.?

Berechnung. 8 : 8976 = 1122 fl.

$16\frac{2}{3}$ % = dem 6. Theil der ganzen Summe.

13. Beispiel. Wie viel betragen $16\frac{2}{3}$% von 9748 Lv. St.?

Berechnung. 6 : 9748 = $1624\frac{2}{3}$ Liv. St.

$33\frac{1}{3}$ % = dem 3. Theil der ganzen Summe.

14. Beispiel. Wie viel betragen $33\frac{1}{3}$% von 79680 Mk. Courant?

Berechnung. 3 : 79680 = 26560 Mark Courant.

Berechnung dieses Beispiels auf gewöhnliche Weise und zwar hier nach der Proportionsrechnung:

Die Aufgabe heist dann: 100 Mark Courant verhalten sich zu 79680 Mk. Courant, wie $33\frac{1}{3}$ Mark Courant zu X.

100 : 79680 = $33\frac{1}{3}$: x Mark Cour. = 26560 Mk. Cour.

Die obigen Beispiele sind vorzüglich der gezeigten Vortheile halber hier angegeben. Ich verweise hier zugleich auf die beim Kopfrechnen noch weiter gezeigten Vortheile.

15. Beispiel. Jemand erhält Rechnung über eine Parthie Waaren aus Berlin, im Betrage von 7200 Rthlr., in $3\frac{1}{2}$ Monaten zahlbar. Bei sofortiger Baarzahlung aber sind 6% Rabatt bewilligt; wie viel würde die Baarzahlung betragen?

Berechnung.

a) Nach dem Dreisatze:

$$\frac{7200 \times 94}{\text{Rchsthlr. ?} \quad 100} = 6768 \text{ Rthlr.}$$

Wenn die Baarzahlung sogleich geschieht, so dürfen von jedem 100 Rthlr. 6% als Rabatt abgezogen, also statt 100 immer nur 94 Rthlr. gezahlt werden. Die Frage heisst nun; Wie viel Rthlr. würde die Baarzahlung betragen? Wenn für 100 Rthlr. nur 94 gezahlt werden, so wird für 1 Rthlr. der 100. Theil von 94, von 7200 aber der 100. Theil von 7200 × 94 Rthlr. entrichtet.

b) Nach der Proportionsrechnung:

$100 : 94 = 7200 : x$ Rthlr. $= 6768$ Rthlr.

Da bei Baarzahlung 6 % Rabatt bewilligt sind, also statt 100 nnr 94 Rthlr., und demnach weniger bezahlt werden, so ist das Verhältniss ein fallendes; daher: 100 verhält sich zu 94, wie 7200 zu x Rthlr.

c) Nach der Kettenrechnung:

Rthlr. b. ?	7200 Rthlr.
100	94 Rthlr. b.
	6768 Rthlr.

Der Ansatz wird gelesen: Wie viel Rthlr. baar werden für 7200 in $3\frac{1}{2}$ Monaten fälligen Rthlr. bezahlt, wenn für jedes 100 Rthlr. bei baarer Zahlung nur 94 entrichtet werden.

16. Beispiel. Jemand bezahlt eine am 27. Juni fällige Summe von 236 fl. am 3. Mai baar mit 5 % Disconto; wie viel betrug die Baarzahlung?

Bemerk. Wie schon oben gesagt, nimmt man bei Baarzahlungen, die an einem bestimmten Tage fällig sind, der Bequemlichkeit halber das Jahr nur zu 360 Tagen und den Monat zu 30 Tagen an. Der Tag, an welchem die Summe gezahlt wird, wird gewöhnlich nicht gerechnet. Man sagt daher in der obigen Aufgabe: Vom 3. bis 30. Mai sind, da der dritte nicht gerechnet wird, 27 Tage, vom 1. bis 27. Juni wieder 27, daher $27 + 27 = 54$ Tage.

Nun berechnet man zuerst die Zinsen für 100 in der gegebenen Zeit, also hier in 54 Tagen. Es entstehen daher die Fragen:

α) Wie viel Procent tragen 100 fl. in 54 Tagen, wenn sie in 360 Tagen 5 % tragen? ($\frac{3}{4}$ fl.)

β) Wenn für 100 fl. nur $100 - \frac{3}{4}$, also nur $99\frac{1}{4}$ fl. gezahlt werden, wie viel beträgt dann die Baarzahlung für 236 fl.?

Berechnung: $99\frac{1}{4} = \frac{397}{4}$

a) Nach dem Dreisatze:

α) $\dfrac{5 \times 54}{\text{fl. ?} \quad 360} = \frac{3}{4}$ fl. $\quad\beta$) $\dfrac{236 \times 397}{\text{baarz. fl. ?} \quad 100 \times 4} = 234{,}23$ fl.

$= 234$ fl. $13\frac{4}{5}$ kr.

b) Nach der Proportionsrechnung:

α) $360 : 54 = 5 : x$ fl. $= \frac{3}{4}$ fl. $\quad\beta$) $100 : \frac{397}{4} = 236 : x$
$= 234$ fl. $13\frac{4}{5}$ kr.

Man kann auch fragen, wie viel der Discont für 236 fl. in 54 Tagen beträgt, wenn er für 100 fl. in 360 Tagen 5 fl. beträgt und kann dann diesen Betrag von den 236 fl. abziehen.

c) Nach der Kettenrechnung.

Disc. fl. ?	236 fl. ⎫
	54 Tg. ⎭
⎧ 100	
⎭ 360	5 fl. D.
	1,77 fl.

236 fl.
1,77 „
234, 23 fl. = 234 fl. $13\frac{4}{5}$ kr.

☞ Ich mache hier auf ein kürzeres Verfahren aufmerksam, das im kaufmännischen Rechnen sowohl bei der Zins-, als auch hier in der Procentrechnung häufig angewendet wird, das daher auch im dritten Theile am geeigneten Orte recht gute Anwendung finden kann. Dort habe ich die Schüler desswegen mit diesem Verfahren noch nicht bekannt gemacht, 1) weil ich nicht zu viele Regeln geben wollte, 2) weil gewöhnlich nur der Kaufmann diese Art der Berechnung anwendet und 3) weil dieses Verfahren nur bei gewissen Zinsfussen leicht anwendbar ist.

Wenn 100 fl. Capital jährlich 1 % abwerfen, so beträgt der Disconto hievon so viel, als der 100. Theil des Capitals ausmacht, also $\frac{1}{100}$ des Capitals, für 1 Tag oder den 360. Theil eines Jahrs beträgt aber der Discont nur den 360. Theil von $\frac{1}{100} = \frac{1}{36000}$, also den 36000. Theil des Capitals.

Fragen wir nun z. B. Wie viel Discont tragen 4000 fl. zu 1% in 1 Tage, so heisst die Antwort: den 36000. Theil von 4000 fl.; wollen wir aber wissen, wie viel diese 4000 fl. in 20 Tagen betragen, so dürfen wir nur das 20fache von obiger Summa nehmen, also den 36000. Theil von 4000 × 20.

Ansatz: 36000 : 4000 × 20

oder in Bruchform:

$$\frac{4000 \times 20}{36000.}$$

Wenn nun aber 100 fl. jährlich 2% abwerfen, so beträgt der Disconto jährlich gerade so viel, als der $\frac{2}{100}$. Theil des Capitals ausmacht, daher in 1 Tage oder im 360. Theil vom Jahre den 360. Theil von $\frac{2}{100} = \frac{2}{36000} = \frac{1}{18000}$, also die Hälfte vom 36000. Theil, sonach den 18000. Theil des Capitals, eben desshalb von 4000 fl. Cap. in 1 Tag den 18000. Theil von 4000 fl., in 20 Tagen aber 20 mal so viel, also

18000 : 4000 × 20;

in Bruchform:

$$\frac{4000 \times 20}{18000}$$

Wenn 100 fl. jährlich 3% abwerfen, so beträgt dies jährlich so viel, als der dritte Theil des Cap. ausmacht, also $\frac{3}{100}$, in 1 Tage aber 360 : $\frac{3}{100} = \frac{3}{36000}$ etc.

Es beträgt demnach der Discont von 100 fl. Cap. auf 1 Tag

à 1%	den 36000. Theil		
à 2%	die Hälfte des 36000. Theils	= den	18000. Theil.
à 3%	das Dritttheil „ „ „	= „	12000 „
à 4%	„ Viertel „ „ „	= „	9000 „
à 5%	„ Fünftel „ „ „	= „	7200 „
à 6%	„ Sechstel „ „ „	= „	6000 „
à $\frac{1}{2}$%	den 2 × 36000. Theil	= „	72000 „
à $1\frac{1}{2}$%	den 24000. Theil		
à $4\frac{1}{2}$%	den 8000. Theil.		

Berechnen wir nun das 16. Beispiel nach diesem Verfahren.

Vom 3. Mai bis 27. Juni sind 54 Tage. Der Discont von 236 fl. beträgt zu 5% in 1 Tage den 7200. Theil von 236 fl., in 54 Tagen aber 54 mal so viel, daher

Ansatz: 7200 : 236 × 54 = 1,77 fl. = 1 fl. $46\frac{1}{5}$ kr. beträgt der Discont. Nun

von den 236 fl. — abgezogen

den Discont von 1 fl. $46\frac{1}{5}$ kr., so beträgt die Baarzahlung

234 fl. $13\frac{4}{5}$ kr. (wie oben)

Aus dem Vorstehenden ergiebt sich nun folgende Regel: Um den Disconto nach Tagen zu berechnen, multiplicire man das Capital mit den Tagen und dividire das Product durch den Divisor, den der Zinsfuss (das %) giebt. Diesen Divisor findet man aber, wenn man, wie oben gezeigt wurde, mit dem Zinsfusse in 36000 dividirt.

17. Beispiel. Wie viel beträgt der Disconto von 475 fl. auf 5 Monate zu $\frac{3}{8}$% pro Monat (d. h. wenn es von 100 auf 1 Mon. $\frac{3}{8}$ beträgt)?

Berechnung a) nach dem Dreisatze:

$$\frac{\frac{3}{8} \times 475 \times 5}{\text{Disc. fl.?} \quad 100} = 8\tfrac{29}{32} \text{ fl.} = 8 \text{ fl. } 54\tfrac{3}{8} \text{ kr.}$$

b) Nach der Proportionsrechnung.

$100 : 475 = \frac{3}{8} : x \text{ fl.} = 8\frac{29}{32} \text{ fl.}$

c) Nach der Kettenrechnung.

Disc. fl. ?	475 fl.
	5 Mon.
100	
1	$\frac{3}{8}$ fl.
	$8\frac{29}{32}$ fl. = 8 fl. $54\frac{3}{8}$ kr.

18. Beispiel. Zu welchem Discontfusse sind 1000 Mark Banco discontirt worden, welche am 25. September fällig waren, aber schon am 1. August mit Abzug von $5\frac{485}{503}$ Mk. Bco. Discont bezahlt worden sind?

Berechnung. Da die 1000 Mk. Bco. Kap. mit Abzug von $5\frac{485}{503}$ Mk. Bc. Discont gezahlt wurden so betrug die Bezahl. nur $994\frac{18}{503} = \frac{500000}{503}$ Mk. Bco.

Nun ist die Frage zu beantworten: Wie viel beträgt das Disconto von 100 Mk. Bco. in 1 Jahr zu 360 Tagen, wenn 54 Tage vor der Verfallzeit bei der Baarzahlung von $994\frac{18}{503}$ Mk. Bco. ein Abzug von $5\frac{485}{503}$ Mk. Bco. gemacht wurde?

a) Nach dem Dreisatze: $5\frac{485}{503} = \frac{3000}{503}$

$$\frac{\frac{3000}{503} \times 100 \times 360}{\text{Disc. \%? } \frac{500000}{503} \times 54} = 4\,\%$$

Frage: Wie viel % Abzug? Der im Bedingungssatze angegebene Abzug von $\frac{3000}{503}$ Mk. B. kommt darüber. Der Abzug von 1 Mk. Bco. beträgt den $\frac{500000}{503}$. Theil von $\frac{3000}{503}$ Mk. Bc. Zins; daher kommt die Zahl $\frac{500000}{503}$ unter die Linie, von 100 Mk. Bco. beträgt der Abzug 100 mal so viel, als von 1 Mk. Bco., daher 100 über die Linie; von 1 Tag beträgt der Disconto den 54. Theil von den obigen 54 Tagen, von 360 Tagen beträgt er 360mal so viel. Dass die Nenner von den Brüchen über der Linie unter dieselbe, und die Nenner von den Brüchen unter der Linie über dieselbe gesetzt werden müssen, wurde schon früher nebst den Gründen hiefür angegeben. Ich schreibe die Brüche von nun an desswegen im Dreisatze wie hier oben an, damit man sich den Ansatz leichter erklären kann.

b) Nach der Proportionsrechnung.

$\frac{500000}{503} : 100 = \frac{3000}{503} : x \text{ Mk. Bco.} = 4\,\%$

$54 : 360$

Von 100 Mk. Bco. beträgt der Disconto weniger, als von $\frac{500000}{503}$ Mk. Bco., daher ein fallendes Verhältniss, in 360 Tagen beträgt er mehr, als in 54 Tagen, daher steigend.

c) Nach der Kettenrechnung:

Disconto % ?	100 Mk. Bco.
	360 Tagen
$\frac{500000}{503}$	
54	$\frac{3000}{503}$ Mk. Bco.
	4%

Der Ansatz wird gelesen: Wie viel % Disconto werfen 100 Mk. Bco. in 360 Tagen ab, wenn $\frac{500000}{503}$ Mk. Bco. in 54 Tagen $\frac{3000}{503}$ Mk. Bco. abwerfen.

19. Beispiel. Eine Buchhändlerrechnung betrug $23\frac{1}{3}$ fl.; hievon ging aber ab 10% Rabatt; wie viel betrug die baare Zahlung?

(Wenn 10% Rabatt abgehen, so werden statt 100 fl. nur 90 fl. gezahlt; es fragt sich nun: wie viel statt $23\frac{1}{3}$ fl.?

Berechnung a) Nach dem Dreisatze:

$$\frac{90 \times \frac{70}{3}}{\text{Rab. fl.? } 100} = 21 \text{ fl.}$$

b) Nach der Proportionsrechnung:

$$100 : \tfrac{70}{3} = 90 : x \text{ fl.} = 21 \text{ fl.}$$

c) Nach dem Kettensatze:

fl. ?	$\frac{70}{3}$ fl.
fl. 100	90 fl.
	21 fl.

2) Procente auf Hundert.

20. Beispiel. Ein Berliner Kaufmann erhält aus Hamburg eine Sendung rohen Zucker für 987 Mk. Bco.; wie viel bezahlt er baar bei $8\frac{2}{3}$% Rabatt auf Hundert?

Berechnung. (Für $108\frac{2}{3}$ Mk. Bco. zahlt er sonach nur 100 Mk. Bco.)

a) Nach dem Dreisatze:

$$\frac{100 \times 987}{\text{Baarzahl. Mk. Bc.? } \frac{326}{3}} = 908\tfrac{46}{163} \text{ Mk. Bc.}$$

b) Nach der Proportionsrechnung:

$$\tfrac{326}{3} : 100 = 987 : x \text{ Mk. Bco.} = 908\tfrac{46}{163} \text{ Mk. Bco.}$$

c) Nach dem Kettensatze:

Baarzahl. Mk. Bco. ?	987 Mk. Bco.
$\frac{326}{3}$	100 Mk. Bco.
	$908\frac{46}{163}$ Mk. Bc. Baarzahlung.

21. Beispiel. Jemand ist nach $2\frac{1}{2}$ Jahren 600 fl. zu zahlen schuldig, die bis dahin nicht verzinst werden. Mit Bewilligung des Gläubigers zahlt er aber mit einem Abzuge von $5\frac{2}{7}$% Rabatt auf Hundert pro anno das Capital sogleich; wie viel beträgt die Baarzahlung?

Berechnung. Wenn auf 100 fl. $5\frac{2}{7}$ % in 1 Jahre gerechnet werden, wie viel dann in $2\frac{1}{2}$ Jahren?

$2\frac{1}{2} \times 5\frac{2}{7} = \frac{5}{2} \times \frac{37}{7} = \frac{185}{14} = 13\frac{3}{14}$ fl.

Da in dieser Rechnung von Rabatt auf Hundert die Rede ist, so werden in $2\frac{1}{2}$ Jahren statt $113\frac{3}{14}$ fl. immer nur 100 fl. gezahlt; wie viel werden nun statt den erst in $2\frac{1}{2}$ Jahren fälligen 600 fl. sogleich baar bezahlt?

Berechnung. a) Nach dem Dreisatze: $(113\frac{3}{14} = \frac{1585}{14})$

$$\frac{100 \times 600}{\text{baar fl. ? } \frac{1585}{14}} = 529\frac{307}{317} \text{ fl.}$$

b) Nach der Proportionsrechnung:

$\frac{1585}{14} : 600 = 100 : x$ fl. $= 529\frac{307}{317}$ fl.

c) Nach der Kettenrechnung:

baar fl. ?	600 fl.
$\frac{1585}{14}$	100 fl.
	$529\frac{307}{317}$ fl.

Aufgaben, in welchen die Procente theils **in** oder **von**, theils **auf** Hundert gerechnet werden sollen.

23) Der Buchhändler L. bewilligt 15% Rabatt in Hundert. Man hat ihm 136 fl. zu entrichten; wie viel beträgt die Zahlung?

24) Der Centner einer Waare wird für 30 Thlr. mit $2\frac{3}{4}$% Rabatt in Hundert gekauft; wie viel ist dafür zu zahlen?

25) B. kauft für 168 Thlr. Waaren mit 8 Monat Ziel; wie viel beträgt die Baarzahlung, wenn für den Monat $\frac{2}{3}$% vom Hundert gerechnet wird?

26) An 350 fl., nach 2 Monaten fällig, werden bei Baarzahlung $\frac{1}{2}$% pr. Monat und $\frac{1}{2}$% Provision abgezogen; wie viel beträgt die Baarzahlung? (von 100)

27) Wie viel hat man für eine Summe von 2378 fl. 24 kr., die man über ein Jahr zu zahlen hat, jetzt baar zu bezahlen, wenn der Zinsfuss $4\frac{1}{2}$% auf Hundert beträgt?

28) Welchen baaren Werth haben 3800 fl., nach 7 Monaten fällig, wenn der Disconto zu $4\frac{1}{2}$% aufs Hundert beträgt?

29) Berechne den Disconto sowohl auf als in Hundert von 6843 fl. 2 Jahre — à $4\frac{1}{2}$%!

30) 1280 Thlr. wurden 5 Monate vor der Verfallzeit baar mit 1256 fl. bezahlt. Wie viel % Rabatt in Hundert waren gerechnet?

31) Ein Wechsel von 17500 fl. hat 7 Monate zu laufen, wird aber heute zu 12% vom Hundert rabattirt; a) wie viel beträgt der Abzug, und b) wie viel sein baarer Werth?

32) Ein nach 8 Jahren fälliges Capital von 3500 fl. wird heute mit 2500 fl. discontirt. Wie viele Procente auf 100 werden gerechnet?

33) Ein Capital von 5500 fl. wird heute zu 3% auf Hundert discontirt; wie viel beträgt der Disconto, wenn das Capital erst nach $3\frac{1}{2}$ Jahren zahlbar ist?

34) 1200 fl., die nach 10 Monaten fällig sind, werden schon heute mit 1140 fl. heimbezahlt: zu wie viel % in Hundert wurde rabattirt?

35) Ein Kaufmann ist nach 3 Monaten für erhaltene Waaren 850 fl. zu zahlen schuldig; wie viel braucht er aber, wenn er sogleich zahlt, zu entrichten, wenn er die Schuld a) mit 2% Rabatt vom Hundert b) mit 2% aufs Hundert abtragen kann?

36) Jemand kauft ein Gütlein um 2400 fl., welche Summa erst nach 1 Jahre fällig ist. Nach 5 Monaten wünscht der Verkäufer sein Geld zu erhalten; wie viel ist ihm der Käufer zu zahlen schuldig, wenn 4% Rabatt aufs Hundert bewilligt ist?

37) Für eine Summe von 3120 fl., welche nach einiger Zeit fällig war, wurden nach Abzug des Rabatts aufs Hundert 3000 fl. bezahlt; zu wie viel % wurde rabattirt?

38) Wie viel % Rabatt vom Hundert sind 10% Rabatt aufs Hundert?

39) Wie viel % Rabatt aufs Hundert sind 10% Rabatt vom Hundert?

40) Wenn für eine Summe von 420 fl. nach Abzug des Disconto 394 fl. 48 kr. bezahlt wurden; zu wie viel % wurde der Disconto gerechnet?

41) Ein Sortiments-Buchhändler hat einem Verlagsbuchhändler eine Rechnung im Betrag von 456 Thlr. 20 Sgr. mit $33\frac{1}{3}$% Rabatt vom Hundert zu bezahlen; wie viel beträgt die Zahlung?

42) Wie viel muss für eine Sendung rohen Zucker, die mit 2504 Mark Banco berechnet ist, bei $8\frac{2}{3}$% Rabatt auf Hundert gezahlt werden?

43) Ein Kaufmann hat in der Leipziger Messe von einem Fabrikanten für 2456 Thlr. Waaren gekauft uad bezahlt diese Summe mit $8\frac{1}{3}$ % Rabatt aufs Hundert; wie viel muss er zahlen?

44) Ein Capital von 5000 Thlr., nach 4 Jahren zahlbar, wird sogleich baar mit 4400 Thalern bezahlt; wie viel % Rabatt auf Hundert war gerechnet worden?

45) Bei einem Geldgeschäfte im Betrage von 436 fl. rechnete der Banquier für seine Bemühung $\frac{1}{3}$% Provision; wie viel betrug das von der ganzen Summe?

46) Wie viel wird bei einem Geldwechsel im Betrage von 1248 Mark Banco an Provision verdient, wenn $\frac{1}{4}$% berechnet wird? (d. h., wenn an 100 M. $\frac{1}{4}$ M. verdient wird.)

47) Ein Bayreuther Kaufmann liess in Bremen für 1564 fl. $46\frac{2}{3}$ kr. Waaren einkaufen, und musste dem Commissionär dafür $1\frac{1}{2}$% Provision geben, wie viel betrug es?

48) Bei dem Verkaufe einer Partie Waaren erhielt ein Fabrikant nach Abzug von $4\frac{3}{4}$% Spesen 6432 fl. 32 kr. reine Zahlung; wie viel betrugen die Spesen im Ganzen? (Da die Spesen von 100 fl. $4\frac{3}{4}$ % betrugen, so wurden bei 100 fl. immer $4\frac{3}{4}$ fl. abgezogen, also für 100 fl. nur $95\frac{1}{4}$ fl. bezahlt. Die Aufgabe heisst daher: Wenn bei reiner Zahlung von $95\frac{1}{4}$ fl. $4\frac{3}{4}$ fl. Spesen immer abgezogen sind, wie viel dann bei reiner Zahlung von 6432 fl. 32 kr.?)

49) Um wie viel erhöht sich eine Waarenrechnung von 1332 fl., wenn noch $\frac{3}{8}$% Spesen dazu kommen?

50) 952 fl. rhn., die am 14. April fällig sind, werden schon am 6. Januar mit $5\frac{1}{2}$% discontirt, und es werden ausserdem 1% Provision und 1 fl. 22 kr. Unkosten berechnet; wie viel beträgt die Baarzahlung?

51) Wilhelm kauft einen Schuldschein von 2100 fl., welche in 1 Jahre fällig sind, mit 5% Rabatt aufs Hundert; wie viel muss er baar bezahlen?

52) Ein Kaufmann kauft für 3600 fl. Waaren. Diese Summe braucht er erst nach 1 Jahre zu entrichten, oder er kann, wenn er die Schuld sogleich tilgt, $\frac{3}{4}$ % monatlichen Rabatt vom Hundert abziehen. Ueber 4 Monate bezahlt er den ganzen Betrag; wie viel beträgt die baare Zahlung?

53) V. kauft für $822\frac{1}{2}$ fl. Waare mit 9 Monat Ziel. Er bezahlt sogleich gegen $\frac{1}{2}$ % Sconto vom Hundert per Monat. a) Wie viel beträgt der Abzug und b) wie viel die baare Zahlung?

54) 6545 Mark, zahlbar nach 12 Jahren, wurden sogleich mit 4090 Mark 10 Schilling baar bezahlt; wie viel Procent Rabatt war angenommen worden?

55) 316 Thlr., fällig nach 47 Tagen, werden gegen $5\frac{1}{2}$ % Sconto vom Hundert in 1 Jahr verkauft; wie viel beträgt der Abzug?

56) T. kauft ein Haus für 7000 fl. unter der Bedingung, 3500 fl. sogleich baar, die andern 3500 fl. aber nach 3 Jahren zu bezahlen. Die ersten 3500 fl. entrichtet er sogleich nach dem Kaufe. Nach Ablauf eines Jahres sieht er sich im Stande, die noch übrige Schuld zu tilgen; zieht aber von den 3500 fl. die 2 jährigen Zinsen zu 5 % aufs Hundert ab. Wie viel hat er zu zahlen?

57) Ein Bauer muss für die Versicherung seiner Früchte auf dem Halme gegen Hagelschlag zu $3\frac{1}{2}$ % an Prämie $29\frac{3}{4}$ fl. bezahlen; wie hoch belief sich die versicherte Summe?

58) Beim Kaufe eines Hauses wurde der Vertrag geschlossen, dass vom Kaufschilling 2000 fl. baar, der Rest aber nach 6 Jahren bezahlt werde. Nach einem Jahre erlegte der Käufer den Rest des Kaufschillings mit 8000 fl., indem sich der Verkäufer einen Rabatt von 4% fürs Jahr gefallen liess. Wie gross war der Kaufschilling?

59) Ein Kaufmann ist für Waaren am 1. April 1853: 1500 fl. zu zahlen schuldig; da er aber schon am 1 Octbr. 1852 die Schuld bezahlt, weil er 6 % Rabatt vom Hundert erhält; wis viel muss er baar zahlen?

50) Eine Anweisung von 1245 fl. zahlbar den 16. Mai wurde am 24. März mit Abzug von 6 % Sconto, 1 % Provision und 2 fl. 18 kr. Kosten verkauft; wie viel erhält der Verkäufer?

61) Ein Leinwandhändler kauft ein Stück Leinwand von 96 Ellen und bezahlt die Elle mit $6\frac{1}{2}$ Sgr. Beim Verkaufe verdient er 25 % auf das Hundert. a) Wie viel nahm er im Ganzen ein? b) Wie theuer verkaufte er die Elle, und c) wie viel gewann er an jeder Elle?

62) Ein Kaufmann erhält 11 Ctr. bayer. Gewicht Tabak, à ℔ 15 Sgr. Da

er sogleich bezahlt, so erhält er 25 % Rabatt in Hundert. Beim Verkauf lässt er sich das ℔ um $17\frac{1}{2}$ Sgr. zahlen. a) Wie viel hätte er zu zahlen, wenn der Rabatt nicht abgezogen werden dürfte? b) Wie viel zahlte er aber nur? c) Wie viel gab er für jedes ℔? d) Wie viel gewann er an jedem ℔? e) Wir viel gewann er überhaupt? f) Wie viel Procent auf Hundert gewann er?

63) A verkauft ein Gut an B mit 5 % Gewinn für 20000 Thlr.; B verkauft dasselbe mit 5 % Gewinn an C.; C. verkauft es mit 5 % an D.; D. verkauft es für 30000 Thlr. an E. Wie viel gewann jeder? (Procent in Hundert.)

64) Jemand hat 2960 Stück Koburger Sechser, und kann sie, das Stück zu $4\frac{1}{2}$ kr., anbringen, muss aber 10 % Rabatt gestatten; wie viel wird er bekommen?

65) Wie hoch belief sich eine Rechnung von 9390 Franken 45 Cts. mit $1\frac{1}{2}$ % Provision?

66) Wenn eine Waare mit 10 % Unkosten 132 Thlr. kostet, wie viel betragen dieselben allein?

67) Eine Concursmasse lieferte statt 12816 Thlr. nur 8544 Thlr.; a) wie viel Procente erhielten die Gläubiger; b) wie viel Procente verloren sie?

68) Jemand hat 980 Thlr. portofrei zu versenden. Das Porto, welches 2 % beträgt, kann jedoch nicht am Orte der Absendung bezahlt werden; wie viel muss man für Porto beifügen?

69) Wie viel betragen die Procente auf Hundert a) von 1846 Thlr. à 3 %, b) 694 fl. à 2 %, c) 3846 Mk. Bco à $8\frac{2}{5}$ %, d) 396 Rthlr. à $12\frac{1}{2}$ %, e) 1314 Franken à $1\frac{0}{00}$, f) 2416 Thlr. à 10 %, g) 326 Liv. Sterl. à 4 %, h) 2416 Mk. Bco. à 25 %?

II. Gewinn- und Verlustrechnung.

Wer eine Waare theurer verkauft, als er sie eingekauft hat, von dem sagt man, er gewinnt; wenn er aber weniger dafür einnimmt, als er ausgegeben hat, so verliert er.

Um beim Verkaufe von Waaren den Gewinn oder Verlust berechnen zu können, muß man neben der Verkaufssumme auch entweder die Einkaufssumme, oder, wenn der Verkäufer die Waaren selbst gefertigt hat, die Auslagen für seine Zuthaten und seine sonstigen Unkosten kennen. Man kann in manchen Fällen zu wissen verlangen, wie viel überhaupt an den Waaren

gewonnen oder verloren wird, in anderen Fällen, wie viel % gewonnen werden, und es giebt auch noch Fälle, bei welchen die Zeit berücksichtigt werden muß. Diese Rechnung zerfällt daher in die Berechnung

a) des Gewinnes oder Verlustes überhaupt,

b) des Gewinnes oder Verlustes an 100 (Procent) und

c) des Gewinnes oder Verlustes an 100 der Zeit nach.

Der Gewinn oder Verlust an 100 (Procenten) wird gerade so berechnet, als es die voranstehende Procentrechnung lehrt.

Kopfrechnen.

a) Berechnung des Gewinnes oder Verlustes überhaupt.

Beispiel: Ein Kaufmann kaufte 200 Ellen Band, die Elle zu 12 kr. und verkauft sie wieder, die Elle zu 15 kr.

a) Was mußte er für diese Bänder zahlen, b) was nahm er dafür ein und c) wie viel gewann er?

Berechnung.

12 kr. = 2 Sechser. 200 Ellen à 1 Sechser = 20 fl., 200 Ellen à 2 Sechser k. 2 × 20 = 40 fl. 15 kr. = $\frac{1}{4}$ fl. 200 Ellen, die Elle zu $\frac{1}{4}$ fl. kosten $\frac{200}{4}$ fl. = 50 fl. Die verausgabten 40 fl. abgezogen von den dafür vereinnahmten 50 fl., bleiben 10 fl. Ueberschuß. Er gab daher für die Bänder aus 40 fl., nahm dafür ein 50 fl. und gewann daran 10 fl.

70) Ein Kaufmann kaufte 40 Dutzend Bleistifte, das Dutzend zu 18 kr., und verkaufte sie einzeln das Stück für 2 kr. a) Wie viel bezahlte er dafür? b) Wie viel nahm er dafür ein? und c) Wie viel hatte er Gewinn?

71) Ein Metzger kaufte 20 Schweine, er lösete daraus 500 fl. und gewann daran 100 fl. a) Wie theuer kamen ihn die 20 Schweine und b) wie theuer kaufte er im Durchschnitte das Stück ein?

72) Jemand verkauft das Loth für $7\frac{1}{2}$ kr., (Was kosten da 8 Lth.? Was k. 1 ℔?) und verliert an den Ctr. 240 fl. Wie viel hat ihn der Ctr. beim Einkauf gekostet?

73) Jemand kauft 80 Ellen Leinwand, die Elle zu 36 kr. und verkauft sie wieder à $37\frac{1}{2}$ kr.; a) wie viel kostete sie ihn, b) wie viel nahm er ein und c) wie viel gewann er?

74) Ein Kaufmann erhält Kaffee, von welchem er das ℔ zu 34 kr. bezahlte, verkaufte aber denselben das ℔ zu 40 kr. Wenn er nun im Ganzen 45 fl. gewann: wie viele ℔ Kaffee hatte der Kaufmann?

(Wie viel kr. gewann er an 1 ℔? Wie viel ℔ mußte er verkaufen, um 1 fl. zu gewinnen? Wie viel, um die 45 fl. zu gewinnen?)

---

b) Berechnung des Gewinnes und Verlustes an 100.

Beispiel: Jemand kauft 90 Ellen einer Waare um 54 fl., und hatte noch 6 fl. Fracht und andere Unkosten zu bezahlen. Wenn er nun die Elle um 50 kr. wieder verkauft: wie viel fl. gewinnt er an 100 fl. Einkauf?

Berechnung: Die 90 Ellen kosten ihn $54 + 6 = 60$ fl. Da er die Elle um 50 kr. $= \frac{5}{6}$ fl. verkauft, so löset er $90 \times \frac{5}{6}$ fl. $= \frac{450}{6} = 75$ fl. Da die Auslage 60 fl., der Erlös aber 75 fl. beträgt, so gewinnt er mit 60 fl. 15 fl., mit 1 fl. daher $\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$ fl., mit 100 fl. aber $100 \times \frac{1}{4} = \frac{100}{4} = 25$ fl.

(Aus dieser Berechnung geht folgendes hervor: Wenn man berechnet hat, daß mit einer gewissen Summe eine andere gewisse Summe gewonnen oder verloren worden ist, so sieht man dann, wie viel mit 1 fl. oder 1 Thlr. ꝛc. gewonnen worden ist und berechnet dann weiter, wie viel mit 100 fl., Thlr. ꝛc. gewonnen wird.)

75) An 48 fl. Auslage betrug der Gewinn 6 fl., wie viel an 100 fl. Auslage?

76) Einer hat mit 350 fl. Auslage 70 fl. gewonnen, wie viele % beträgt dies?

77) Wie viel % beträgt der Gewinn, wenn an 800 fl. a) 60 fl., b) 70 fl. gewonnen werden?

78) Einen Kaufmann kam die Elle auf 15 kr. zu stehen; er verkaufte sie aber für 21 kr.; wie viel % gewann er?

79) Ein Kaufmann zahlt für das ℔ Zucker 20 kr., und verkauft es wieder um 26 kr. Wie viel % gewinnt er?

80) Eine Partie Waaren kostet im Einkauf 900 fl. und wird für 963 fl. wieder verkauft; wie viel Procent beträgt der Gewinn?

81) Die Elle Zeug wurde mit 20 % Gewinn um 2 fl. verkauft; wie hoch kam sie im Einkauf?

82) Jemand verkaufte 15 Ctr. (à 100 ℔) Kaffee; er zahlte für den Ctr. 47 fl. 30 kr. und 2 fl. 30 kr. Fracht, und verkaufte das ℔ um 36 kr. a) Wie viel fl. gewinnt er überhaupt und b) wie viel fl. gewinnt er an 100 fl.?

83) Jemand tauscht 50 ℔ altes Zinn à 36 kr., gegen 40 ℔ neues Zinn à 54 kr. ein; a) wie viel kostet das alte, b) wie viel das neue Zinn und c) wie viel % gewinnt er?

---

c) Berechnung des Gewinnes und Verlustes an 100 der Zeit nach.

Beispiel. Einer hat mit 400 fl. Auslage in $\frac{1}{2}$ Jahre 25 fl. gewonnen, wie viel % in 1 Jahre? (d. h. wie viel fl. gewinnt er an 100 fl. in 1 Jahre?)

Berechnung. Wenn er mit 400 fl. in $\frac{1}{2}$ Jahre 25 fl. gewann, so macht dies im ganzen Jahr von 400 fl. $2 \times 25 = 50$ fl., von 100 fl. aber den 4. Theil von $50 = 12\frac{1}{2}$ fl., daher $12\frac{1}{2}$%.

84) Wie viel % beträgt der Gewinn in 1 Jahre, wenn in 3 Jahren an 900 fl. 180 fl. gewonnen werden?

85) Ein Kaufmann verkaufte in 4 Monaten 30 Ctr. Reis à 100 ℔; er zahlte für den Ctr. mit Fracht $16\frac{2}{3}$ fl. und verkaufte das ℔ um 12 kr.; a) wie viel kostete ihn der bezogene Reis; b) wie viel nahm er dafür ein? c) wie viel gewann er in 4 Monaten und d) wie viel in 1 Monat?

86) Ein Landkrämer zahlt für 6 Ctr. Zucker sammt allen Unkosten 180 fl. und verkauft ihn innerhalb 3 Monaten dem ℔ nach zu 24 kr.; a) wie viel nahm er für diesen Zucker ein? b) wie viel hatte er an demselben Gewinn; c) wie viel an 100 fl. in den 3 Monaten; d) wie viel an 100 in 1 Jahre?

Zifferrechnen.

a) Berechnung des Gewinnes und Verlustes überhaupt.

1. Beispiel. Ein Kaufmann kaufte 625 Ellen Band, je 3 Ellen für 57 kr., und verkauft sie wieder, je 3 Ellen zu 1 fl. 15 kr. Wie viel gewinnt oder verliert er an diesen 625 Ellen?

Die zu beantwortenden Fragen sind: 1) Wie viel kostete ihm 1 Elle? 2) Wie theuer verkaufte er 1 Elle? 3) Was gewann er an 1 Elle? 4) Was an den 625 Ellen?

Berechnung nach dem Dreisatz:

1) $\frac{57}{\text{kr.} ?\ \ 3} = 19$ kr. 2) $\frac{75}{\text{kr.} ?\ \ 3} = 25$ kr.

3) 25 — 19 = 6 kr. 4) $\frac{\overset{6}{} \times 625}{\text{fl. à } 60 \text{ kr.}} = 62{,}5$ fl. = 62 fl. 30 kr.
10

Die Berechnung auf kürzere Weise: Da 3 Ellen um 75 kr. verkauft werden und 3 Ellen nur für .... 57 kr. eingekauft wurden, so werden an 3 Ellen gewonnen 18 kr.

Nun heisst die Frage: Wenn an 3 Ellen 18 kr. gewonnen werden, wie viel dann an 625 Ellen?

$$\frac{\overset{6}{18} \times 625}{\underset{10}{\text{fl. à } 60 \text{ kr.}} \times 3} = 62{,}5 \text{ fl.}$$

Es wird nicht nöthig sein, diese Rechnung auch in Proportions- und Kettenansatz durchzuführen, weil das Verfahren nach diesen Ansätzen gar keinen Schwierigkeiten unterliegt.

2. Beispiel. Ein Kaufmann macht an 1620 ℔ Zucker, wovon er den Ctr. um 26 fl. 40 kr. ankaufte, einen Gewinn von 94 fl. 30 kr.; wie wurde 1 ℔ verkauft?

Die drei zu beantwortenden Fragen sind: 1) Wie theuer kaufte er die 1620 ℔ Zucker an? 2) Wie theuer verkaufte er sie? 3) Wie theuer kam das ℔ zu stehen? $26\frac{2}{3} = \frac{80}{3}$

Nach dem Dreisatze:

1) $\frac{80 \times \overset{54}{1620}}{\text{fl. ? } 3 \times 100} = 432$ fl.

2) $432 + 94\frac{1}{2}$ fl. = 526 fl. 30 kr. = 31590 kr.

3) $\frac{\overset{\overset{39}{351}}{31590}}{\text{kr. ? } \underset{\underset{2}{18}}{1620}} = 19\frac{1}{2}$ kr.

3. Beispiel: Ein Holzhändler verkaufte $318\frac{1}{2}$ Klafter Holz, die Klafter zu $8\frac{4}{5}$ fl.; er gewann hierdurch im Ganzen $382\frac{1}{5}$ fl.; wie theuer kam ihm hiernach die Klafter im Ankauf zu stehen?

Die zu beantwortenden Fragen sind: 1) Wie theuer verkaufte er die $318\frac{1}{2}$ Klafter Holz? 2) Wie viel kosteten sie ihn? (Antw.

$382\frac{1}{5}$ fl. weniger, als er sie verkaufte, weil er diese Summe daran gewann) und 3) wie theuer kam ihm hiernach 1 Kl. zu stehen?

1) $318\frac{1}{2} \times 8\frac{4}{5}$

$\frac{637}{2} \times \frac{44}{5} = \frac{28028}{10} = 2802{,}8$ fl. lösete er aus dem Holz.

2) Es kostete ihn demnach 2802,8 — 382,2 fl. = 2420,6 fl.

3) 1 Klafter kostete ihn also $318\frac{1}{2}$ = 318,5 : 2420,6 = 7 fl.

2229 5
191,1
60
3185 : 114660 = 36 kr.
9555
19110
19110

Die Anwendung des Dreisatzes, der Proportions- und Kettenrechnung ist hier gar nicht nöthig,

87) Ein Kaufmann kauft 38 Ellen Tuch um 161 fl. 30 kr. und gewinnt an der Elle durch den Verkauf 1 fl. 50 kr.; wie theuer hat er die Elle verkauft?

88) Wer ein Stück Tuch um 200 fl. 45 kr. kauft und dasselbe um 254 fl. verkauft, gewinnt an jeder Elle 1 fl. 30 kr.; wie viele Ellen hält das Stück?

89) Ein Kaufmann hat $583\frac{1}{3}$ Ellen Tuch gekauft und zwar je 5 Ellen für 7 Thlr. Durch den Verkauf gewann er 100 Thlr.; wie theuer verkaufte er je 7 Ellen?

90) Jemand kauft 130 ℔ Waare, das ℔ zu 48 kr. und möchte gern 69 fl. 20 kr. gewinnen; wie muss er das Loth wenigstens verkaufen?

91) Ein Kaufmann erhält $15\frac{3}{4}$ Ctr. Waaren, den Ctr. für 32 fl. 30 kr., musste aber für jeden Ctr. noch 2 fl. 12 kr. Fracht zahlen. Wenn er nun das ℔ zu 25 kr. verkauft, was hat er daran gewonnen oder verloren?

92) 2400 ℔ à 100 ℔ zu $8\frac{1}{3}$ Thlr. und 1650 ℔ à 100 ℔ zu $10\frac{1}{2}$ Thlr. werden wieder verkauft, das ℔ zu $3\frac{3}{4}$ Sgr.; wie viel wird gewonnen, wenn die Unkosten $6\frac{2}{3}$ Thlr. betragen?

93) Ein Wirth kaufte 7 Würtemberger Eimer à 160 Mass Wein, von welchem ihn jeder Eimer sammt Unkosten auf 28 fl. 45 kr. zu stehen kommt, und den er der Mass nach für 24 kr. ausschenkt.

Nachdem er 1 Eimer verkauft hatte, füllte er das Fass mit Most auf, von welchem 10 Mass 1 fl. 12 kr. kosteten. Diesen Mischling verkauft er nun für 16 kr., die Mass. a) Wie viel hätte er gewonnen, wenn er seinen Wein ungemischt ausgeschenkt hätte? b) Wie viel gewinnt er im Ganzen, wenn er den Wein mischt? c) Wie viel hat er durch das Mischen gewonnen oder verloren?

94) Ein Kaufmann bezieht 1) 7 Ballen Baumwolle à 340 ℔, pr. Ctr. 61 fl. 40 kr., 2) 5 Rollen Tabak à 270 ℔, pr. Ctr. 15 fl. 48 kr. 3) 3 Stück Tuch à 72 Ellen, pr. Elle 2 fl. 27 kr., 4) 5 Fässer Weingeist à 76 fl. 48 kr. Beim Verkaufe nimmt er ein: für das Pfund Baumwolle 46 kr., für das ℔ Tabak 22 kr., für die Elle Tuch 2 fl. 54 kr., für 1 Fass Weingeist 83 fl. 45 kr. a) Was gewinnt er an jedem einzelnen Bezuge? b) wie viel zusammen?

95) Ein Weinwirth kauft 96 bayer. Eimer Wein, den Eimer, der 60 Mass hält, zu 36 fl. 30 kr., muss aber von jedem Eimer $33\frac{3}{4}$ kr. Fuhrlohn geben. Er schenkt nun das erste Drittel, die Mass zu 18 kr., das zweite Drittel, die Mass zu 20 kr., und das letzte Drittel, die Mass zu 24 kr. aus, hat aber beim Ausschenken noch 95 fl. 20 kr. Unkosten. Was hat er gewonnen oder verloren?

---

b) Berechnung des Gewinnes und Verlustes an 100.

1. Beispiel: Ein Kaufmann kaufte 448 ℔ einer Waare; er bezahlte das ℔ um 48 kr. und hatte noch für den Ctr. 2 fl. 30 kr. Fracht zu bezahlen. Wenn er nun das ℔ zu 57 kr. wieder verkaufte; wie viel fl. gewann er an 100 fl. Einkauf?

Berechnung. 1) Die 448 ℔ kaufte er um $448 \times \frac{4}{5}$ fl. $= \frac{1792}{5} = 358\frac{2}{5}$ fl.

2) Für 100 ℔ $2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ fl. Fracht; wie viel für 448 ℔?

56
112
5 × 448

$$\frac{5 \times 448}{\text{fl. ? } 2 \times 100} = 11\frac{1}{5} \text{ fl.}$$

20
5

3) Einkaufssumme betrug $358\frac{2}{5}$ fl.
die Fracht „ $11\frac{1}{5}$ „
Die ganze Auslage $369\frac{3}{5}$ fl.

4) Er erlösete daraus 57 × 448 kr. = 25536 kr. = 425 fl. 36 kr.

5) Erlös: $425\frac{3}{5}$ fl.
Auslage $369\frac{3}{5}$ „
Gewinn an $369\frac{3}{5}$ fl.: 56 fl.

6) Wenn an $369\frac{3}{5}$ fl. 56 fl. gewonnen werden, wie viel dann an 100 fl.? $369\frac{3}{5} = \frac{1848}{5}$

$$\text{Gewinn fl. ?} \quad \frac{56 \times 100}{\frac{1848}{5}} = 15\frac{5}{33}\ \%.$$

Obige Aufgabe hat sonach 6 verschiedene Ansätze. Die unter Ziff. 2 und 6 können auch auf leichte Weise nach der Proportions- und Kettenrechnung berechnet werden.

2. Beispiel. Wie theuer muss ein Ballen Baumwolle, der im Einkauf 425 Thlr. kostet, wieder verkauft werden, wenn daran 16 % verdient werden sollen?

Da an 100 Thlr. 16 Thlr. verdient werden sollen, so muss man für 100 Thlr. Auslage 116 Thlr. einnehmen; wie viel nun für 425 Thlr. Auslage?

$$\text{Einnahme Thlr. ?} \quad \frac{116 \times 425}{100} = 493 \text{ Thlr.}$$

Der Ansatz nach der Proportions- u. Kettenrechnung ist so leicht, dass es nicht nöthig ist, ihn hier vorzuführen.

3. Beispiel. 650 ℔ Zucker werden für 222 fl. 5 kr. verkauft; der Gewinn daran beträgt 8 %; wie hoch kam das ℔ im Einkauf zu stehen?

1) 108 fl. Erlös fordern 100 fl. Auslage, wie viel Auslage fordern die 222 fl. 5 kr. Erlös? (222 fl. 5 kr. = $222\frac{1}{12} = \frac{2665}{12}$ fl.)

$$\text{Ausl. fl. ?} \quad \frac{100 \times 2665}{108 \times 12} = \frac{66625}{324} = 205\frac{205}{324} \text{ fl.}$$

2) *) Wenn 650 ℔ im Einkauf $205\frac{205}{324}$ fl $= \frac{66625}{324}$ fl. zu stehen kommen, so kostet 1 ℔ den 650. Theil hievon.

$$650 : \frac{66625}{324} = \frac{66625}{210600} \text{ fl.} = \frac{3997500}{210600} \text{ kr.} = 18\frac{53}{54} \text{ kr.}$$

96) Eine Partie Waare betrug im Einkaufspreise 2320 Mark; beim Wiederverkauf wurden aus ihr gelöst 2864 Mark; wie viel % sind daran verdient worden?

---

*) Bem. Der Kaufmann berechnet bloss die 222 fl. als Erlös und zählt die 5 kr. dann zur Auslage, weil es bei ihm nicht gerade auf grösst möglichste Genauigkeit, sondern auf Kürze ankommt. Der Erlös beträgt dann ca. 205 fl. 38 kr. Dann ist auch die Frage: Was kostet 1 ℔? kürzer zu berechnen.

97) Wie theuer muss das Loth verkauft werden, wenn der Ctr. mit allen Unkosten im Einkaufe 12 Thlr. kostet und 5 % daran gewonnen werden sollen?

98) Einem Kaufmann kommt nach Anrechnung aller Kosten das ℔ Cubakaffee auf 4 Sgr. 8 Pf. zu stehen; für wie viel muss er das ℔ verkaufen, wenn er 12 % daran gewinnen will?

99) Ein Landgut sollte nach den vorgelegten Anschlägen $10\frac{1}{2}$ % Bruttoertrag liefern; es wurde für 40700 Thlr. gekauft. Nach Verlauf von 3 Jahren findet der Besitzer, dass es im Durchschnitt jährlich 3825 Thlr. Bruttoertrag hatte; wie viel % waren das?

100) Einer kauft 758 ℔ Seide, das ℔ zu 10 fl. 30 kr.; die Unkosten betragen im Ganzen 43 fl. 17 kr. Wie hoch kann er den Ctr. verkaufen, wenn er 17% gewinnen will?

101) Wie viel kostete eine Waare im Einkauf, die mit 8% Verlust zu 23 Franken verkauft wird?

102) Jemand kauft 843 ℔ Seide, das ℔ zu 11 fl. 54 kr. Durch das Trocknen verliert er $4\frac{1}{2}$% an Gewicht; er muss 27 fl. 45 kr. im Ganzen an Unkosten bezahlen, und sieht sich genöthigt, die Waare mit $5\frac{3}{4}$% Verlust zu verkaufen. a) Zu wie viel verkauft er den Ctr. à 100 ℔? b) Wie viel verliert er im Ganzen?

103) Wenn man eine Partie Waare, die im Einkaufe 2846 Mk. Bco. kostet, mit 6% Gewinn verkauft, wie viel Mk. Bco. gewinnt man?

104) Ein Handelsmann kauft 1442 Ellen Leinwand, je 3 Ellen für 1 fl. 54 kr., und erhält immer an 100 Ellen 3 Ellen in den Kauf, so dass er also, wenn er 100 Ellen bezahlt, 103 Ellen bekommt. Er verkauft aber je 9 Ellen für 6 fl. 36 kr. und muss 5 Ellen an 100 in den Kauf geben. a) Was gewinnt oder verliert er überhaupt? b) Was gewinnt er an 100 fl.?

105) Einkauf 26 Liv. Sterl., Gewinn 7%; wie viel beträgt der Verkauf?

106) Jemand verkauft 320 Ellen, und zwar 1 Elle um $8\frac{1}{2}$ kr. theurer, als er sie einkaufte. Wenn er nun 17% gewann; wie hat er a) 1 Elle und b) wie diese 320 Ellen eingekauft?

107) Ein Metzger kauft 30 Stück Ochsen, das Stück zu 107 fl. $28\frac{2}{3}$ kr. Die Unkosten bis in sein Haus betragen für jeden 4 fl. 8 kr.; hier bleiben sie ihm 15 Tage stehen, und jeder kostet täglich 10 kr. zu unterhalten. Wie theuer muss er das ℔ Ochsenfleisch verkaufen, wenn er 20 % gewinnen will, vorausgesetzt, dass er den Dünger mit in Anschlag bringt, von dem er auf jeden Tag einen Wagen à 6 fl. rechnet, und 1 Ochs in den andern gerechnet 10 Ctr. wiegt?

108) Der Ctr. à 110 ℔ einer Waare kostet im Einkaufe 30 fl. Man verkauft nun von dieser Waare jedes ℔ für 24 kr. Wie viele % beträgt hiebei der Gewinn oder Verlust?

109) Einer kauft 1248 ℔ Seide, das ℔ zu 12 fl. 48 kr. Durch das Austrocknen entsteht ein Gewichtsverlust von $3\frac{1}{2}$ %; die Unkosten betragen 37 fl. 14 kr. Wie viele % verliert er, wenn er das ℔ für 11 fl. 22 kr. verkauft?

110) Ein Weinwirth kaufte 53 Eimer 20 Mass Wein, den Eimer zu 60 Mass, um 13 fl. 30 kr., und verkauft ihn wieder, die Mass zu 24 kr. Nachdem er 196 fl. gewonnen hatte, füllt er das Fass mit Wein auf, den er für $4\frac{1}{2}$ fl. gekauft und für 12 kr. der Mass nach ausgeschenkt hatte. Den Mischling giebt er die Mass zu 20 kr. a) Hat er durch dieses Verfahren gewonnen oder verloren? b) Wie viel % gewann oder verlor er?

111) Ein Getreidehändler verkaufte 150 Scheffel Getreide mit einem Verluste von 5 %, wobei er im Ganzen 65 fl. verlor; wie theuer verkaufte er den Scheffel?

---

c) Gewinn und Verlust an 100 der Zeit nach.

Beispiel: Ein Kaufmann kaufte 24 Ctr. einer Waare um 1500 fl.; nach 8 Monaten verkaufte er die ganze Quantität, das ℔ zu 48 kr.; wie viel % gewann er jährlich?

Berechnung:

1) 24 Ctr. = 2400 ℔ verkaufte er für $2400 \times \frac{4}{5}$ fl. $= \frac{9600}{5}$ $= 1920$ fl.

2) Verkaufssumme: 1920 fl.
   Ankaufssumme: 1500 „
   Gewinn in 8 Monaten 420 fl.

3) Wenn in 8 Monaten mit 1500 fl. 420 fl. gewonnen werden, wie viel werden mit 100 fl. gewonnen?

$15 : 420$ fl. $= 28$ fl. oder 28 %

Da 100 fl. der 15. Theil von 1500 fl. ist, so beträgt der Gewinn an 100 fl. nur den 15. Theil von 420 fl. = 28 fl.

4) Wenn in 8 Monaten 28 % gewonnen werden, wie viele % werden dann in 1 Jahr oder 12 Monaten gewonnen?

$$\frac{28 \times 12}{\%\ ?\quad 8} = 42\,\%$$

Lösung durch Kopfrechn.: 12 Mon. sind noch halb so viel, als 8 Mon. Wenn nun in 8 Mon. 28 fl. gewonnen werden, so beträgt dies in 12 Mon. 28 fl. und $\frac{28}{2} = 14$ fl., $28 + 14 = 42$ fl.

112) Es wurde eine Waare gekauft, und nach 15 Monaten mit einem Gewinne von $12\frac{1}{2}$ jährlichen Procenten um 925 fl. losgeschlagen; wie theuer war die Waare im Ankaufe?

113) Ein Kaufmann kaufte Bielefelder Leinwand, die Elle um 10 Sgr.; er fand sogleich wieder einen Käufer, der ihm für die ganze Quantität 1162 fl. bot, jedoch die Kaufsumme erst nach 8 Monaten erlegen wollte. Der Kaufmann liess sie unter dieser Bedingung ab, indem er berechnete, dass er dabei 16 jährliche Procent gewinne, wie viel Ellen waren es?

114) Jemand könnte 432 fl. zu 5 % auf eine Bank legen; er kauft aber dafür Zucker, den Ctr. zu 36 fl. Das Fuhrlohn für 4 Ctr. beträgt 10 fl. Nun verdirbt ihm aber 1 Ctr. Wenn er nun das ℔ für 27 kr. verkauft, und $1\frac{1}{2}$ Jahre lang damit zubringt; a) wie viel % gewinnt oder verliert er an seinem Handel? b) Wie viel % hatte er dadurch Verlust oder Gewinn, dass er das Geld nicht auf die Bank legte?

115) Ein Kaufmann kaufte eine gewisse Waare und zwar je 3 ℔ zu 2 fl.; wie viel ℔ kann er für 2 fl. auf 6 Monate Kredit ablassen, wenn er jährlich 50 % gewinnen will?

116) N. kauft $5\frac{1}{2}$ Ctr. für 330 fl. und verkauft sie wieder in 8 Monaten und zwar immer 3 Loth für 10 kr. Wie viel gewinnt er an 100 fl. in 1 Jahre?

117) Jemand kauft 24 Ctr. von einer Waare. Nach $8\frac{1}{2}$ Monaten verkaufte er dieselbe wieder mit einem Gewinn von 15 jährlichen Procenten, nämlich um 1770 fl.; wie theuer hatte er den Ctr. gekauft?

III. Tara- mit Gutgewicht-Rechnung.

Man versteht unter Tara das Gewicht der Fässer, Kisten, Gefäße, Bastmatten, des Papiers, der Packleinwand u. s. w., in welche die Waaren, welche versandt werden sollen, gepackt werden; das Gewicht oder Maß der Waare selbst ohne die Emballage oder Packhülle heißt das Netto, das Gewicht eines Waarencollis (Waarenballens) sammt ihrer Emballage heißt aber Sporco oder Brutto.

Das Gewicht der Verpackung wird entweder bei jedem Umsatze wirklich ermittelt und dann nennt man es Netto Tara oder reine Tara, oder es giebt, wie z. B. für die meisten Colonialwaaren eine vom Gebrauche sanctionirte Uso-Tara.

Durch die Tararechnung wird entweder das Brutto, oder das Netto, oder die Tara gesucht. Ist in der Aufgabe das Brutto- und Nettogewicht angegeben, so findet sich die Tara, wenn man das Netto- vom Bruttogewicht abzieht. Zieht man das Tara- vom Bruttogewicht ab, so zeigt der Rest das Netto an. Wird das Netto- und Taragewicht zusammengezählt, so ist die gefundene Summa das Bruttogewicht.

Zuweilen wird auch eine Kleinigkeit — $\frac{1}{2}$ %, 1 % — für Gutgewicht vergütet, weil der Käufer großer Quantitäten beim Wiederverkauf in kleinen Quantitäten einwiegt und einmißt. Diese Gutgewichtvergütung muß auch mit in Rechnung gebracht werden. Das Gutgewicht wird gewöhnlich nach Abzug der Tara, d. h. vom Nettogewicht, berechnet; Hamburg macht aber hievon eine Ausnahme, indem man dort nämlich das Gutgewicht vom Bruttogewicht rechnet. Bei der Berechnung der Tara und des Gutgewichts rechnet man unter $\frac{1}{2}$ ℔ für nichts; $\frac{1}{2}$ ℔ und über $\frac{1}{2}$ ℔ für 1 ℔.

Das Gewicht der Tara ist zuweilen überhaupt angegeben, oft auch nach Procenten. Die Procente können entweder auf oder in oder von dem Ctr. berechnet werden z. B. 8 ℔ auf den Ctr. heißt so viel, als 108 ℔ Brutto machen 100 ℔ Netto, 8 ℔ Tara in oder von dem Ctr. heißt: 100 ℔ Brutto machen 92 ℔ Netto. Gewöhnlich wird die Tara vom Hundert berechnet, es wird daher in den Aufgaben besonders bemerkt, wenn sie auf Hundert gerechnet werden soll.

Die Tararechnung zerfällt daher in Berechnung

a) der Tara überhaupt,
b) der Tara in oder vom Ctr. oder in Hundert und
c) der Tara auf den Ctr. oder auf Hundert.

Kopfrechnen.

a) Berechnung der Tara überhaupt.

Beispiel. 2 Sack Kaffee wiegen brutto 200 ℔, die Tara per Sack beträgt 6 ℔; das ℔ Netto kostet 30 kr.; wie hoch stellt sich der ganze Betrag?

Berechnung. Die Tara für 1 Sack beträgt 6 ℔, für die 2 Säcke also 12 ℔; diese 12 ℔ von 200 ℔ Brutto ab, bleiben noch 188 ℔ Netto. 1 ℔ zu $\frac{1}{2}$ fl., machen 188 ℔ $\frac{188}{2}$ fl. = 94 fl.

118) Ein Kaufmann erhält 1 Faß Reis, das 165 ℔ wiegt; die Tara beträgt 15 ℔; a) wie viel beträgt das Nettogewicht, und b) wie viel ist der Betrag des Reises, wenn der Ctr. Netto 15 fl. 24 kr. kostet?

119) Wie hoch kommen 844 ℔ Brutto zu stehen, wenn die Tara 19 ℔ beträgt und der Ctr. zu 100 ℔ Netto 20 Mk. Bc. beträgt?

120) Ein Faß Tabak wiegt 11 Ctr. Brutto; davon gehen 25 ℔ Tara ab; wie viel beträgt die Bezahlung des Tabaks, da der Centner zu 100 ℔ mit 44 Thlr. preuß. bezahlt wird?

121) Für 1 Tonne Honig, welche Sporco 4 Ctr. 50 ℔ wiegt, wird 30 ℔ Tara gerechnet. Wenn nun das ℔ Netto 10 Sgr. gilt; wie viel beträgt die ganze Bezahlung?

---

b) Berechnung der Tara **in** oder **vom** Hundert.

Beispiel. Eine Kiste Waare wiegt 2 Ctr. Sporco. Von einem Ctr. werden $12\frac{1}{2}$ ℔ Tara abgezogen. Wenn nun der Ctr. Netto 48 Thlr. kostet, wie viel beträgt die ganze Bezahlung?

Berechnung. Wenn von 1 Ctr. $12\frac{1}{2}$, so werden von 2 Ctr. $2 \times 12\frac{1}{2} = 25$ ℔ abgezogen. 2 Ctr. $= 200$ ℔ $- 25$ ℔ $=$ 175 ℔ $= 1\frac{3}{4}$ Ctr. Wenn 1 Ctr. 48 Thlr. kostet, so kostet $\frac{1}{4}$ Ctr. 12 Thlr., $1\frac{3}{4} = \frac{7}{4}$ Ctr. aber $7 \times 12 = 84$ Thlr.

122) a) Wie viel Netto wiegen 2 Ballen Waare, deren Bruttogewicht 400 ℔ ist, wenn für Tara 5% abgerechnet wird? und b) wie viel beträgt die ganze Bezahlung, wenn für den Ctr. Netto 50 Thlr. entrichtet werden?

123) Einige Fässer Talg wogen Sporco 300 ℔; für Tara werden 5% abgerechnet. Was kostet dieser Talg, da das ℔ Netto zu 15 kr. berechnet ist?

124) Ein Kaufmann bekommt 5 Ctr. Zucker Sporco; die Tara beträgt 6%; a) wie viel ℔ Zucker Netto erhält er, und b) wie hoch kommt derselbe zu stehen, da er das ℔ zu 20 kr. bezahlt?

125) Wie viel Thaler kosten 3 Ctr. preuß. (à 110 ℔) Sporco nach Abzug von 10% Tara, wenn das ℔ Netto mit 15 Sgr. bezahlt wird?

---

c) **Berechnung der Tara auf den Ctr. oder aufs Hundert.**

Beispiel. Ein Faß mit Oel wiegt 336 ℔; auf den Ctr. werden 12 ℔ Tara gerechnet. Was kostet dieses Oel, da das ℔ Netto mit 12 kr. bezahlt wird?

Berechnung. 112 ℔ Brutto geben 100 ℔ Netto = 1 Ctr., 336 ℔ = 3 × 112 ℔ Brutto = 3 × 1 Ctr. = 3 Ctr. oder 300 ℔ Netto. Wenn 1 ℔ 12 kr. = $\frac{1}{5}$ fl. kostet, so kosten 100 ℔ $\frac{100}{5}$ = 20 fl., 300 Ctr. kosten daher 3 × 20 = 60 fl.

126) Welches ist der Nettopreis von 540 ℔ Farbwaaren, wenn auf den Ctr. 8 ℔ Tara gerechnet werden und das ℔ Netto 1 Thlr. 6 Sgr. kostet?

127) Jemand erhält für 642 ℔ Waare; auf den Ctr. werden 7 ℔ Tara gerechnet. Was muß er für die Waare bezahlen, da das ℔ Netto 42 kr. kostet?

128) Der Kaufmann K. erhielt 2 Fässer Kaffee; das Bruttogewicht von beiden betrug 436 ℔; die Tara auf den Ctr. 9 ℔. Wie viel beträgt die Bezahlung für diesen Kaffee, wenn das ℔ Netto 36 kr. kostet?

129) Wie viel kosten 235 ℔ Brutto, wenn aufs Hundert $17\frac{1}{2}$ ℔ Tara gerechnet wird und das ℔ Netto 2 Mark 4 Schilling Bco. kostet?

Zifferrechnen.

a) Berechnung der Tara überhaupt.

Ein Kaufmann erhält 3 Fässer mit Waaren. Nummer 1 enthält 350 ℔ Brutto; die Tara beträgt 25 ℔; Nr. 2. enthält 260 ℔ Brutto, die Tara beträgt 18 ℔; Nr. 3 enthält 230 ℔ Brutto, die Tara beträgt 17 ℔. Wenn nun der Ctr. Netto à 100 ℔ mit 24 Thaler bezahlt wird, wie viel beträgt die ganze Bezahlung?

Vorbereitende Rechnungen:

Nr. 1.	350 ℔ Brutto	25 ℔ Tara
„ 2.	260 „ „	18 „ „
„ 3.	230 „ „	17 „ „
Zusammen	840 ℔ Brutto	60 ℔ Tara

Die 60 ℔ Tara abgezogen, verbleiben noch
780 ℔ Netto.

Nun ist die Frage zu beantworten: Was kosten 780 ℔ netto, wenn 100 ℔ netto mit 24 Thlr. bezahlt werden?

a) Nach der Dreisatzrechnung:

$$\frac{24 \times 780}{\text{Thlr. ? } 100} = 187\tfrac{1}{5} \text{ Thlr.}$$

b) Nach der Proportionsrechn.

$$100 : 780 = 24 : x \text{ Thlr.} = 187\tfrac{1}{5} \text{ Thlr.}$$

c) Nach der Kettenrechnung:

Thlr. ?	780 ℔
100	24 Thlr.
	$187\frac{1}{5}$ Thlr.

130) Ein Kaufmann erhält 9 Fässer mit Reis; diese wiegen Brutto 40 Ctr. 42 ℔; die Tara betrug 272 ℔. Wie viel ist der Betrág des Reises, wenn der Ctr. netto 25 fl. 50 kr. kostet?

131) N. erhält 4 Fässer Oel; das erste wiegt 617 ℔, das zweite 508 ℔, das dritte 309 ℔ und das vierte 410 ℔; die Tara für die 4 Fässer beträgt 36 ℔. Wenn nun der preuss. Ctr. Netto = 110 ℔ mit 78 Thlr. bezahlt wird, wie viel beträgt die ganze Zahlung für das Oel?

132) In 700 ℔ Brutto sind 240 ℔ Tara; die ganze Waare kostet 690 Thlr. Es fragt sich nun: a) wie viel sind's ℔ Netto? b) wie hoch kommt 1 ℔ Netto?

133) Ein Kaufmann erhielt 3 Säcke Waaren, welche Brutto 478 ℔ wogen. Nachdem sie ausgeleert waren, ergab sich, dass die leeren Säcke 25 ℔ wogen. Wenn nun das ℔ Netto 1 fl. $7\frac{1}{2}$ kr. kostet, wie viel hatte der Kaufmann zu zahlen?

134) N. erhält 4 Fässer mit Kaffee; das erste wiegt 9 bayer. Ctr., das zweite 8 Ctr. 50 ℔, das dritte 7 Ctr. 75 ℔ und das vierte 6 Ctr. 25 ℔; am ersten gehen 45 ℔ an Tara ab, am zweiten 40 ℔, am dritten 35 ℔ und am vierten 30 ℔; der Ctr. Netto kostet 54 fl.; wie viel beträgt die ganze Baarzahlung für den Kaffee?

135) Was kosten in Hamburg 10 Tonnen schwedischer Alaun, die zusammen Brutto 3940 ℔ wiegen, wenn das Gutgewicht 1 % und die Tara 30 ℔ per Tonne beträgt und für 100 ℔ Netto $10\frac{1}{2}$ Mk. Bco. gezahlt werden?

136) Was kosten in Bamberg 6 Fässer Kleesaamen, Brutto 6592 ℔, Tara 392 ℔, Gutgewicht 1 %, 100 ℔ Netto zu 20 fl. 40 kr.?

b) Berechnung der Tara **in** oder **von** dem Centner und c) **auf** den Ctr.

1. Beispiel. Ein Fass Zucker wiegt Brutto 962 ℔, die Tara beträgt 6 %; wie viel kostet dieser Zucker, wenn der Ctr. Netto mit 30 fl. bezahlt wird?

α) Berechnung in oder von dem Ctr.

a) Nach dem Dreisatze:

100 ℔ Brutto = 100 — 6 = 94 ℔ Netto.

$$\frac{94 \times 962}{\text{N. ℔ ? } \quad 100} = \frac{90428}{100} = 904{,}28.$$

Frage: Wie viel ℔ Netto betragen 962 ℔ Brutto? Wenn 100 ℔ Brutto 94 ℔ Netto betragen, so beträgt 1 ℔ Brutto den 100. Theil von 94 ℔ Netto, 962 ℔ Brutto betragen 94 × 962 mal so viel, als 1 ℔ Netto. Oder: Wenn 100 ℔ Br. = 94 ℔ Netto sind, so ist 1 ℔ Brutto = $\frac{94}{100}$ ℔ Netto, 962 ℔ Br. sind daher = 962 × $\frac{94}{100}$ ℔ = 904,28 ℔ Netto.

Nun die Frage: Wenn 100 ℔ 30 fl. kosten, wie hoch kommen 904,28 ℔ Netto?

$$\frac{30 \times 904{,}28}{\text{fl. ? } \quad 100} = \frac{27128{,}4}{10}\text{, } = 271{,}284 \text{ fl.}$$

Wenn 100 ℔ 30 fl. kosten, so k. 1 ℔ $\frac{30}{100}$ fl., 904,82 ℔ aber 904,28 × $\frac{30}{100}$ fl. = 271,284.

b) Nach der Proportion:

1) 100 : 962 = 94 : x ℔ Netto = 904,28 ℔ Netto.

100 ℔ Br. verhalten sich zu 962 ℔ Brutto, wie 94 ℔ Netto zu x ℔ Netto.

2) 100 : 904,28 = 30 : x fl.
= 271,284 fl.

904,28 ℔ kosten mehr, als 100 ℔, daher steigend. 100 ℔ verhalten sich zu 904,28 ℔ Netto, wie 30 : x fl. etc.

c) Nach der Kettenrechnung

fl. ?	962 ℔ Brutto
Br. ℔ 100	94 ℔ Netto
N. ℔ 100	30 fl.
	271,284 fl.

In der Kettenrechnung werden beide Ansätze zusammengezogen. Der Ansatz wird gelesen: Wie viel fl. werden für 962 ℔ Brutto gezahlt, wenn 100 ℔ Br. 94 ℔ Netto betragen und 100 ℔ Netto 30 fl. kosten?

β) Berechnung auf den Centner:

106 ℔ Brutto = 100 ℔ Netto; 1 ℔ Br. ist daher = $\frac{100}{106}$ Netto; 962 ℔ Br. = 962 × $\frac{100}{106}$ = $\frac{96200}{106}$ = 907$\frac{58}{106}$ ℔ Netto.

a) Nach dem Dreisatze:

$$\frac{100 \times 962}{\text{Netto } ℔ ? \quad 106} = \frac{96200}{106} = 907\tfrac{58}{106} \text{ ℔ Netto.}$$

b) Nach der Proportion:

$106 : 100 = 962 : x \text{ Netto} = 907\tfrac{58}{106}$ ℔ Netto.

Nun entsteht die Frage: Wie viel kosten $907\tfrac{58}{106}$ ℔ Netto, wenn 100 ℔ Netto 30 fl. kosten?

a) Nach dem Dreisatze:

$$\frac{30 \times 96200}{\text{fl.} ? \; 100 \times 106} = \frac{28860}{106} = 272\tfrac{28}{106} \text{ fl.} = 272 \text{ fl. } 15\tfrac{45}{53} \text{ kr.}$$

Bemerkung: Es könnten hier statt $907\tfrac{58}{106}$ ℔ Netto auch wohl $907\tfrac{1}{2}$ ℔ Netto angenommen werden.

b) Nach der Proportionsrechnung:

$100 : 96200 = 30 : x$ fl. $\qquad 272\tfrac{28}{106} = \tfrac{14}{53}$ fl.

c) Nach der Kettenrechnung werden wieder beide Ansätze zusammengezogen.

fl. ?	962 ℔ Br.
106	100 ℔ Netto
100	30 fl.
	$272\tfrac{14}{53}$ fl.

Der Ansatz wird gelesen: Wie viel fl. kosten 962 ℔ Brutto, wenn 106 ℔ Br. = 100 ℔ Netto sind und 100 ℔ Netto 30 fl. kosten?

Antw. $272\tfrac{14}{53}$ fl.

2. Beispiel: a) Wie viel machen Netto: 2874 ℔ Brutto à 1% Gutgewicht und 9% Tara? und b) wie viel beträgt die Bezahlung, wenn für 1 ℔ Netto 15 kr. gezahlt wird?

α) Berechnung in oder von dem Ctr.

Da das Gutgewicht 1% beträgt, so sind 100 ℔ Brutto nach Abzug des 1% = 99 ℔. 1 ℔ = $\tfrac{99}{100}$ ℔. 2874 ℔ Brutto sind daher = $\tfrac{99}{100} \times 2874 = \tfrac{284526}{100} = 2845\tfrac{26}{100}$ ohne Bruch 2845 ℔. — Da die Tara 9% beträgt, so sind 100 ℔ Brutto = 100 — 9 = 91 ℔ Netto. 1 ℔ Brutto = $\tfrac{91}{100}$ Netto, die nach Abzug des Gutgewichts noch vorhandenen 2845 ℔ betragen daher $2845 \times \tfrac{91}{100}$ ℔ Netto = 2588,95 ℔, wofür man als gerade Summe 2589 ℔ Netto annimmt.

Nun die Frage: 1 ℔ Netto zu 15 kr. = $\tfrac{1}{4}$ fl.; was kosten 2589 ℔ Netto?

$$\tfrac{1}{4} \times 2589 = \tfrac{2589}{4} = 647\tfrac{1}{4} \text{ fl.}$$

Eine Berechnung nach dem Dreisatz, der Proportions- und Kettenrechnung ist hier gar nicht nöthig.

β) Berechnung auf den Ctr.

101 ℔ Brutto = 100 ℔ Netto (das Gutgewicht betr.) 1 ℔ N. = $\frac{100}{101}$ ℔ Brutto. 2874 ℔ Br. sind daher gleich $\frac{100}{101} \times 2874$ ℔ N. = $\frac{287400}{101} = 2845\frac{55}{101}$; da dieser Bruch mehr als $\frac{1}{2}$ ausmacht, so wird er für ein ganzes ℔ gerechnet, daher 2846 ℔ nach Abzug des Gutgewichts. Da die Tara 9 % beträgt, so sind 109 ℔ Brutto = 100 ℔ Netto, 1 ℔ Brutto = $\frac{100}{109}$ ℔ Netto; die nach Abzug des Gutgewichts noch vorhandenen 2846 ℔ betragen daher $2846 \times \frac{100}{109} = \frac{284600}{109} = 2611\frac{1}{109}$ ℔ Netto, wofür man als gerade Summa 2611 ℔ Netto annimmt.

Wenn nun 1 ℔ Netto $\frac{1}{4}$ fl. kostet, so kosten 2611 ℔

$$2611 \times \frac{1}{4} = \frac{2611}{4} = 652\frac{3}{4} \text{ fl.}$$

137) Jemand erhält für 35 Ctr. 36 ℔ bayer. Gew. Waare; die Tara beträgt $3\frac{3}{4}$ %; der Ctr. Netto kostet 38 fl. 47 kr.; wie hoch kommt die Waare?

138) Ein Ballen Kameelhaar wog Brutto 324 ℔; es gingen erst 1 % Gutgewicht und dann vom Reste $4\frac{1}{2}$ % Tara ab; wie viel kostete die Waare, wenn der Ctr. Netto mit 73 fl. 48 kr. bezahlt wird?

139) Von 3 Fässern Rosinen wiegt das erste 276 ℔, das zweite 264 ℔ und das dritte 236 ℔, Tara 10 %; 100 ℔ Netto kosten $6\frac{3}{4}$ Thlr.; welches ist der Betrag? (in Hundert)

140) Was betragen 18 Both Oel von Triest in Hamburg, die 21937 ℔ Brutto wiegen, wenn 1 % Gutgewicht und 14 % Tara gerechnet und für 100 ℔ Netto $29\frac{1}{2}$ Mark Banco gezahlt werden?

141) Eine Waare wiegt Brutto 6 Ctr. 60 ℔. Welches ist der Betrag hiefür, wenn auf 100 ℔ 10 ℔ Tara gerechnet werden und der Nettopreis des Ctr. 24 fl. 30 kr. ist?

142) Was kosten in Hamburg 8 Ballen nordamerikanische Baumwolle, die zusammen 1350 ℔ Brutto wiegen, wenn $\frac{1}{2}$ % Gutgewicht und 4% Tara gerechnet werden, und das ℔ Netto $6\frac{1}{4}$ Schilling kostet?

143) a) Wie viel ℔ Netto sind zu bezahlen, wenn eine Waarensendung 3500 ℔ Brutto wiegt und 5 % Tara und $\frac{1}{2}$ % Gutgewicht berechnet wird? und b) wie viel beträgt die Zahlung, wenn 1 ℔ $37\frac{1}{2}$ kr. kostet?

144) Jemand kauft 24 Säcke Kaffee, welche 3912 ℔ Brutto wiegen, für 719 preuss. Thaler 10 Ggr. 6 Pf.; wie viel ℔ Tara wurde auf 1 Sack gerechnet, da 1 ℔ Netto $4\frac{1}{2}$ Ggr. kostete?

145) Wie hoch kommen 825 ℔ Brutto zu stehen, wenn der Ctr. Netto nach Abzug von $8\frac{2}{3}$ % Tara und $\frac{1}{2}$ % Gutgewicht mit 50 Thaler bezahlt wird?

146) Wie viel preuss. Thaler muss für 800 ℔ Brutto bezahlt werden, wenn $12\frac{1}{2}$ % Tara und 2 % Gutgewicht abgezogen werden und 1 Ctr. preuss. à 110 ℔ Netto $28\frac{1}{2}$ Thlr. kostet?

147) Einige Kisten mit Waaren wiegen Brutto 2900 ℔. Wenn $12\frac{1}{2}$% Tara abgerechnet werden, und der Ctr. à 100 ℔ Netto 37 fl. 36 kr. kostet; wie viel beträgt die ganze Bezahlung?

148) Für 9 Ctr. 45 ℔ Baumwolle zahlte man 760 fl. $43\frac{1}{2}$ kr. Wenn nun das ℔ Netto $52\frac{1}{2}$ kr. kostete, wie viele ℔ Tara wurden für den Ctr. Sporco berechnet?

149) Mehrere Fässer mit Oel wiegen Brutto 4890 ℔. Wenn nun auf den Ctr. 14 ℔ Tara gerechnet werden, und das ℔ Netto $12\frac{2}{3}$ kr. kostet; wie viel beträgt die ganze Zahlung?

150) Ein Kaufmann zahlt für $4\frac{1}{2}$ Ctr. Brutto 380 Thlr. 20 Sgr. und verkauft das ℔ Netto zu 1 Thlr. 10 Sgr., die Tara beträgt à Ctr zu 100 ℔ 30 ℔, das Gutgewicht für die Waare nach Abzug der Tara 2 %; für Transportkosten zahlt er à Ctr. $4\frac{1}{2}$ Thlr. a) Wie viel betragen die Transportkosten; b) wie viel gewinnt er am ℔ Netto und c) wie viel im Ganzen?

151) Hamburg verladet 112 Ballen Baumwolle, welche $42055\frac{1}{2}$ ℔ Br. wiegen; die Tara ist 8 %, das Gutgewicht $\frac{1}{2}$ %, 1 ℔ kostet $8\frac{3}{4}$ Schilling Bco.; wie viel beträgt das Ganze nach Abzug von 1 % Decort?

IV. Fusti-Rechnung.

Unter Fusti versteht man das Schadhafte oder ganz Unbrauchbare einer Waare. Die Fustirechnung ist daher die Berechnung des Schadhaften und Unbrauchbaren der erhaltenen Waaren, welches vom Gewichte der bessern Waare abgezogen werden muß, da es der Käufer entweder gar nicht gebrauchen kann, oder um einen wohlfeilern Preis abgeben muß. Kann das Fusti gar nicht gebraucht werden, so wird für dasselbe dem Verkäufer auch nichts gezahlt, sondern es wird ihm in Abzug gebracht. Das Verfahren ist dann das nämliche, das bei der Berechnung der Tara überhaupt in Anwendung gebracht wurde. Ist das Fusti aber noch zu gebrauchen, so werden dem Käufer vom Verkäufer für dasselbe entweder Procente bewilligt, oder für die schadhafte Waare wird ein geringerer Preis berechnet. In solchem Falle muß Gewicht und Werth der guten Waare und Gewicht und Werth der schadhaften besonders berechnet werden. Den Werth der ganzen Sendung findet man durch Zusammenzählen der beiden Werthe. — Was bei rohem Zucker für das gerechnet wird, das beim Entleeren in den Kisten hängen bleibt, nennt man Besemschon.

Kopfrechnen.

Beispiel: Ein Kaufmann erhält 200 ℔ Kaffee; beim Auspacken derselben ergiebt sich, daß 50 ℔ hievon durch Feuchtigkeit Schaden gelitten haben. Für das ℔ der Waare war 30 kr. festgesetzt; für das ℔ Fusti konnte der Käufer aber nicht mehr als 20 kr. zahlen. Wie viel betrug hiernach a) der Werth des unverdorbenen und b) der Werth des beschädigten Kaffees, c) wie viel die ganze Zahlung?

Berechnung. Von den 200 ℔ müssen die 50 ℔ Fusti abgezogen werden; es bleiben dann noch 150 ℔. Wenn 1 ℔ 30 kr. = $\frac{1}{2}$ fl. kostet, so kosten die 150 ℔ des guten Kaffees $\frac{150}{2}$ fl. = 75 fl. Da 1 ℔ des beschädigten Kaffees 20 kr. = $\frac{1}{3}$ fl. kostet, so kommen die 50 ℔ auf $\frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}$ fl. Die ganze Zahlung betrug daher $75 + 16\frac{2}{3} = 91\frac{2}{3}$ fl.

152) Die Sendung einer Waare beträgt 800 ℔; das ℔ ist zu 15 Sgr. berechnet. Es fand sich aber unter derselben 120 ℔ Fusti. Da für das Fusti nicht mehr als 10 Sgr. gezahlt werden konnten, so fragt sich, a) wie viel kostete die gute Waare, b) wie viel die verdorbene und c) was betrug die ganze Zahlung?

153) Eine gewisse Waare wog 500 ℔. Unter 100 ℔ fanden sich im Durchschnitte 10 ℔ Fusti. Das ℔ der guten Waare mußte mit 24 kr., das ℔ der schlechteren mit 18 kr. bezahlt werden. a) Wie hoch kam die gute, b) wie hoch die schlechte Waare und c) wie hoch die ganze Lieferung?

154) Jemand kauft 350 ℔ Netto. Darunter befinden sich aber 25 ℔ schadhafte Waare. Für das ℔ der guten Waare hat er 12 kr. zu bezahlen, für das ℔ der schlechteren 10 kr.; wie viel betrug a) die gute, b) die schlechtere Waare und c) die ganze Lieferung?

155) Jemand kaufte Waaren, die zusammen 1000 ℔ Netto wogen. Unter je 100 ℔ waren aber 10 ℔ Fusti. Das ℔ der guten Waare wurde mit 1 fl. 6 kr., das ℔ der beschädigten mit 48 kr. bezahlt. Wie viel hatte er a) für die gute Waare, b) für die beschädigte und c) im Ganzen zu bezahlen?

Zifferrechnen.

Beispiel. Ein Kaufmann erhielt eine Sendung Kaffee von 36 Ctr. 80 ℔ Netto. Das ℔ war ihm zu 40 kr. berechnet. Es ergab sich aber, dass ihm von der Sorte, die er erhalten sollte, nur 28 Ctr. 50 ℔ übersandt und für den übrigen eine schlechtere Sorte beigelegt war, die er nur mit 32 kr. per ℔ bezahlte. Wie viel hatte er nun a) für die bessere, b) für die geringere und c) im Ganzen zu bezahlen?

Berechnung: Von 36 Ctr. 80 ℔
ab 28 „ 50 „ von der bessern Sorte, bleiben
8 Ctr. 30 ℔ geringerer Kaffee

Nun sind die drei Fragen zu beantworten:

1) Was kosten 28 Ctr. 50 ℔, wenn 1 ℔ 40 kr. kostet?
$2850 \times \frac{2}{3}$ fl. $= \frac{5700}{3} = 1900$ fl.

2) Wie hoch kommen 8 Ctr. 30 ℔, das ℔ zu 32 kr. $= \frac{8}{15}$ fl.?
$830 \times \frac{8}{15} = \frac{6640}{15} = 442\frac{2}{3}$ fl.

3) Wie viel hatte er im Ganzen zu bezahlen?
$1900 + 442\frac{2}{3}$ fl. $= 2342\frac{2}{3}$ fl.

Der Ansatz nach der Dreisatz-, Proportions- und Kettenrechnung ist in diesem Beispiele, wie zu ersehen ist, gar nicht nöthig.

2. Beispiel. Jemand erhält aus Hamburg Brutto 6000 ℔ Rosinen. Für Tara wurden ihm 10 %, für Gutgewicht 1 % und für Fusti 5 % bewilligt. Da 100 ℔ Netto zu $66\frac{2}{3}$ Mk. Bco. notirt sind, so fragt sich, wie hoch dem Käufer die erhaltenen Rosinen zu stehen kommen?

Berechnung:

Brutto:	6000 ℔
Davon für Tara 10% ab	600 „
bleiben Netto	5400 ℔
Hievon für Gutgewicht 1% ab	54 „
bleiben	5346
Nun noch für Fusti 5% weg	$267\frac{3}{10}$
bleiben zu bezahlen	$5078\frac{7}{10}$ ℔ Netto.

Nun ist die Frage zu beantworten: Wie hoch kommen $5078\frac{7}{10}$ ℔ Netto, wenn 100 ℔ Netto $66\frac{2}{3}$ Mk. Bco. kosten?

$5078\frac{7}{10} = \frac{50787}{10}$; $66\frac{2}{3} = \frac{200}{3}$.

a) Nach dem Dreisatze:

$$\frac{\frac{200}{3} \times \frac{50787}{10}}{\text{Mk. Bc. ?} \quad 100} = 3385\tfrac{4}{5} \text{ Mk. Bc.}$$

b) Nach der Proportionsrechnung:

$100 : \frac{50787}{10} = \frac{200}{3} : x$ Mk. Bc. $= 3385\frac{4}{5}$ Mk. Bco.

c) Nach der Kettenrechnung:

Mk. Bc. ?	$\frac{50787}{10}$ ℔
100	$\frac{200}{3}$
	$3385\frac{4}{5}$ Mk. Bco.

156) Ein Kaufmann kauft ein Fass Gewürznägelein, welches 512 ℔ Br. wiegt. Für das Fass werden 36 ℔ Tara und für Fusti 4% gerechnet. Das ℔ der unbeschädigten Nägelein ist ihm zu 20 Sgr. berechnet, für jedes ℔ Fusti darf er 5 Sgr. abziehen. a) Wie viel kosten die unbeschädigten, b) wie viel die beschädigten und c) wie viel beträgt die ganze Zahlung?

157) N. erhielt ein Fass mit Waaren; das Sporco 960 ℔ wiegt; die Tara beträgt 48 ℔. Wenn nun im Durchschnitte immer unter 100 ℔ Nettowaare 15 ℔ Fusti sich befinden, das ℔ der guten Waare zu 1 fl. 36 kr. das ℔ der schadhaften aber nur zu 40 kr. berechnet ist: wie viel kostet a) die gute Waare, b) das Fusti und c) Beides zusammen?

158) Ein Kaufmann erhielt eine Sendung Waaren, welche 1480 ℔ Br. wogen; die Tara betrug 10%, das Fusti 980 ℔. 1 ℔ Netto der guten Waare wird mit 22 Sgr. 6 Pf., 1 ℔ Netto der schadhaften aber mit 15 Sgr. bezahlt; wie viel kostete a) die gute Waare, b) das Fusti und c) die ganze Sendung der Waaren?

159) Der Besitzer einer Flachsspinnmaschine kaufte 9000 ℔ Flachs. Beim Sortiren findet er, dass er 5400 ℔ langen hat, der übrige aber kürzer ist. Der längere wird mit 36, der kürzere mit 24 kr. dem ℔ nach bezahlt. Wie viel Gulden macht der ganze Betrag?

160) Eine Waare wiegt 1500 ℔ Brutto, Tara $6\frac{2}{3}$%, Fusti 500 ℔; 1 ℔ Netto der guten Waare wird zu 12 Ggr., 1 ℔ Netto des Fusti aber mit 9 Ggr. bezahlt; wie viel beträgt das Ganze?

161) 12 Ballen englischer Hopfen wiegen Brutto 2000 ℔; die Tara beträgt per Ballen 5 ℔, das Fusti 8%. Der Ctr. (100 ℔) des guten Hopfens wird zu 110 fl., der Ctr. des schlechteren zu 75 fl. berechnet. Wie viel beträgt die Zahlung für den ganzen Hopfen?

162) Wenn für 80 Ctr. Zucker Netto 2355 fl. 12 kr. bezahlt wurden, wie viel Fusti vom Ctr. wurde berechnet, da der Ctr. Netto 32 fl. kostete?

163) Ein Kaufmann erhielt Sporco 234 Ctr. Rosinen; als Tara für die Fässer sind 108 ℔ berechnet; unter der Waare befinden sich 13 Ctr. Fusti. Das ℔ Netto ist zu 7 Sgr., das ℔ Fusti aber nur zu $4\frac{1}{2}$ Sgr. berechnet. Wie viel hat er a) für die gute Waare, b) für das Fusti und c) für Beides zusammen zu bezahlen? (Der Ctr. 110 ℔.)

V. Zinseszins- oder zusammengesetzte Zinsrechnung.

Alle Rechnungen, bei denen man den Zins nach Verlauf des Jahrs stehen lässt, ihn zum Capitale schlägt und mit demselben zugleich verzinst, eben so alle diejenigen Rechnungen, bei denen Zins von Zins abgezogen werden kann, wenn nämlich ein unverzinsliches Capital früher zurückbezahlt werden soll, als es fällig ist, rechnet man zu der Zinseszins- oder zusammengesetzten Zinsrechnung.

Zu diesen Rechnungen gehören auch die Berechnung der Leibrenten-, die Waldwerths-, Bevölkerungs-Berechnungen u. s. w.

Kopfrechnen ist hier nicht anwendbar; wir schreiten sogleich zum

Zifferrechnen.

1) Zinseszinsrechnung nach dem gewöhnlichen Verfahren.

1. Beispiel. Welchen Werth haben 100 fl. zu 5% nach 4 Jahren, wenn die Zinsen immer wieder zum Capital geschlagen werden?

Berechnung. a) Welchen Werth haben die 100 fl. Capital nach 1 Jahre?

Nach 1 J. 100 fl. Cap. und 5 fl. Z., zusammen 105 fl.

b) Welchen Werth haben sie nach 2 Jahren?

Man fragt: Wenn 100 fl. sich in 1 J. auf 105 fl. vermehren, wie hoch dann 105 fl. in 1 Jahre?

$100 : 105 = 105 : x$ fl. $= 110{,}25$ fl.

c) Welchen Werth haben sie nach 3 Jahren?

Man fragt: Wenn 100 fl. C. in 1 J. sich auf 105 fl. vermehren, wie hoch dann 110,25 fl.?

$100 : 105 = 110{,}25 : x$ fl. $= 115{,}7625$ fl.

d) Welchen Werth haben sie nach 4 Jahren?

Man fragt: Wenn 100 fl. in 1 J. sich auf 105 fl. vermehren, wie hoch dann 115,7625 fl.?

100 : 105 = 115,7625 : x fl. = 121,550625 fl.

Man kann noch auf andere Weise verfahren. Wenn nämlich 100 fl. Cap. jährlich 5 fl. Zins abwerfen, so beträgt Beides zusammen nach 1 Jahre 105 fl. Da 100 fl. demnach in 1 Jahr zu 105 fl. anwachsen, so wächst 1 fl. zu 1,05 fl. an, im zweiten Jahre zu 1,05 × 105 fl. u. s. f. Wir wollen nun hier so verfahren.

a) Nach 1 Jahre beträgt Cap. und Zins zusammen 105 fl.;

b) Nach 2 Jahren 1,05 × 105 fl.

```
  1,05
------
  525 fl.
 105
------
 110,25 fl.
```

c) Nach 3 Jahren 1,05 × 110,25

```
    1,05
--------
   55125
  11025
--------
 115,7625 fl.
```

d) Nach 4 Jahren 1,05 × 115,7625

```
      1,05
----------
   5788125
  1157625
----------
 121,550625 fl.
```

2. Beispiel. Welchen Werth haben 200 fl. zu $4\frac{1}{2}$% nach 3 Jahren, wenn die Zinsen immer wieder zum Capitale geschlagen werden?

Berechnung. a) Welchen Werth haben sie nach 1 Jahre?

$100 : 104\frac{1}{2} = 200 : x$ fl. $= 209$ fl.

b) Welchen Werth haben sie nach 2 Jahren?

$100 : 104\frac{1}{2} = 209 : x$ fl. $= 218\frac{81}{200}$ fl.

c) Welchen Werth haben sie nach 3 Jahren?

$100 : 104\frac{1}{2} = 218\frac{81}{200} : x$ fl. $= 228\frac{9329}{40000}$ fl.

Auf andere Weise. Wenn 100 fl. jährlich zu $104\frac{1}{2}$ anwachsen oder zu 104,5 fl., so wächst 1 fl. zu 1,045 fl. an.

a) Welchen Werth haben die 200 fl. nach 1 Jahre?

$$2 \times 104\tfrac{1}{2} = 209 \text{ fl.}$$

b) Nach 2 Jahren: 209 × 1,045 fl.

```
     209
  ------
    9405
   2090
  ------
 218,405 fl.
```

c) Nach 3 Jahren: 218,405 × 1,045

```
      1,045
   --------
    1092025
    873620
   218405
  ---------
  228,233225 fl.
```

2) Zinseszinsrechnung nach Zinseszinstabellen.

Man wird wohl aus beiderlei Verfahren zur Genüge erkennen, dass beide Wege, um zum Resultate zu gelangen, nicht bloss lang, sondern auch zeitraubend sind. Wie viele Rechnungen wären da nöthig, um zu erfahren, welchen Werth 200 fl. Cap. zu $4\frac{1}{2}$ % nach 35 oder 36 Jahren haben, wenn die Zinsen immer wieder zum Capitale geschlagen werden!

Um sich nun diese Rechnungen zu erleichtern, hat man Zinseszinstabellen, und zwar

a) solche, in welchen der zukünftige Werth der Einheit eines verzinslichen Capitals einschliesslich der Zinsen berechnet ist, und

b) solche, in welchen der gegenwärtige Werth der Einheit eines unverzinslichen Capitals abzüglich jährlicher Zinseszinsen angegeben ist.

Ihr sollt nun hier mit diesen Tabellen bekannt gemacht werden.

a) Zinseszinstabellen, durch welche der zukünftige Werth der Einheit *) eines verzinslichen Capitals einschliesslich der jährlichen Zinseszinsen leichter gefunden wird.

I. Tabelle für 3%

Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.	Jahr	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.	Jahre	Für 1 fl. Thlr., Frc, Lvr., Mk., etc.
1	1,03	14	1,512590	27	2,221289	39	3,167027
2	1,0609	15	1,557967	28	2,287928	40	3,262038
3	1,092727	16	1,604706	29	2,356566	41	3,359899
4	1,125509	17	1,652848	30	2,427262	42	3,460696
5	1,159274	18	1,702433	31	2,500080	43	3,564517
6	1,194052	19	1,753506	32	2,575083	44	3,671452
7	1,229874	20	1,806111	33	2,652335	45	3,781596
8	1,266770	21	1,860295	34	2,731905	46	3,895044
9	1,304773	22	1,916103	35	2,813862	47	4,011895
10	1,343916	23	1,973587	36	2,898278	48	4,132252
11	1,384234	24	2,032794	37	2,985227	49	4,256219
12	1,425761	25	2,093778	38	3,074783	50	4,383906
13	1,468534	26	2,156591				

II. Tabelle für 3 1/1 %

1	1,0325	14	1,564807	27	2,371546	39	3,481067
2	1,066056	15	1,615663	28	2,448622	40	3,594201
3	1,100703	16	1,668173	29	2,528902	41	3,711013
4	1,136476	17	1,722388	30	2,610368	42	3,831621
5	1,173411	18	1,778366	31	2,695205	43	3,956149
6	1,211547	19	1,836163	32	2,782800	44	4,084723
7	1,250923	20	1,895838	33	2,873241	45	4,217477
8	1,291578	21	1,957453	34	2,966621	46	4,354545
9	1,333554	22	2,021070	35	3,063036	47	4,496068
10	1,376894	23	2,086755	36	3,162585	48	4,642190
11	1,421643	24	2,154574	37	3,265369	49	4,793061
12	1,467847	25	2,224598	38	3,371493	50	4,948836
13	1,515552	26	2,296897				

*) Unter dem Werth der Einheit versteht man den Werth eines Gulden, Thalers, Franken, Livre Sterl., einer Mark etc.

III. Tabelle für 3½ %

Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.
1	1,035	14	1,618695	27	2,531567	39	3,825372
2	1,071225	15	1,675349	28	2,620172	40	3,959260
3	1,108718	16	1,733986	29	2,711878	41	4,097834
4	1,147523	17	1,794676	30	2,806794	42	4,241258
5	1,187686	18	1,857489	31	2,905031	43	4,389702
6	1,229255	19	1,922501	32	3,006708	44	4,543342
7	1,272279	20	1,989789	33	3,111942	45	4,702359
8	1,316809	21	2,059431	34	3,220860	46	4,866941
9	1,362897	22	2,131512	35	3,333590	47	5,037284
10	1,410599	23	2,206114	36	3,450266	48	5,213589
11	1,459970	24	2,283328	37	3,571025	49	5,396065
12	1,511069	25	2,363245	38	3,696011	50	5,584927
13	1,563956	26	2,445959				

IV. Tabelle für 3¾ %

1	1,0375	14	1,674301	27	2,701959	39	4,202775
2	1,076406	15	1,737087	28	2,803283	40	4,360379
3	1,116771	16	1,802228	29	2,908406	41	4,523893
4	1,158650	17	1,869811	30	3,017471	42	4,693539
5	1,202100	18	1,939929	31	3,130627	43	4,869547
6	1,247179	19	2,012677	32	3,248025	44	5,052155
7	1,293948	20	2,088152	33	3,369826	45	5,241610
8	1,342471	21	2,166458	34	3,496194	46	5,438171
9	1,392813	22	2,247700	35	3,627302	47	5,642102
10	1,445044	23	2,331989	36	3,763326	48	5,853681
11	1,499233	24	2,419438	37	3,904450	49	6,073194
12	1,555454	25	2,510167	38	4,050867	50	6,300939
13	1,613784	26	2,604298				

V. Tabelle für 4%

Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.
1	1,04	14	1,731676	27	2,883369	39	4,616366
2	1,0816	15	1,800944	28	2,998703	40	4,801021
3	1,124864	16	1,872981	29	3,118651	41	4,993061
4	1,169859	17	1,947900	30	3,243398	42	5,192784
5	1,216653	18	2,025817	31	3,373133	43	5,400495
6	1,265319	19	2,106849	32	3,508059	44	5,616515
7	1,315932	20	2,191123	33	3,648381	45	5,841176
8	1,368569	21	2,278768	34	3,794316	46	6,074823
9	1,423312	22	2,369919	35	3,946089	47	6,317816
10	1,480244	23	2,464716	36	4,103933	48	6,570528
11	1,539454	24	2,563304	37	4,268090	49	6,833349
12	1,601032	25	2,665836	38	4,438813	50	7,106683
13	1,665074	26	2,772470				

VI. Tabelle für 4¼%

1	1,0425	14	1,790873	27	3,076477	39	5,069516
2	1,086806	15	1,866986	28	3,207228	40	5,284970
3	1,132996	16	1,946332	29	3,343535	41	5,509581
4	1,181148	17	2,029052	30	3,485635	42	5,743739
5	1,231347	18	2,115286	31	3,633774	43	5,987848
6	1,218679	19	2,205186	32	3,788210	44	6,242331
7	1,338235	20	2,298906	33	3,949209	45	6,507630
8	1,395110	21	2,396610	34	4,117050	46	6,784204
9	1,454402	22	2,498466	35	4,292025	47	7,072533
10	1,516214	23	2,604651	36	4,474436	48	7,373116
11	1,580654	24	2,715348	37	4,664599	49	7,686473
12	1,647831	25	2,830750	38	4,862845	50	8,013148
13	1,717864	26	2,951057				

VII. Tabelle für $4\,^1/_2$ %

Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.
1	1,045	14	1,851945	27	3,282010	39	5,565899
2	1,092025	15	1,935282	28	3,429700	40	5,816365
3	1,141166	16	2,022370	29	3,584036	41	6,078101
4	1,192519	17	2,113377	30	3,745318	42	6,351615
5	1,246182	18	2,208479	31	3,913857	43	6,637438
6	1,302260	19	2,307860	32	4,089981	44	6,936123
7	1,360862	20	2,411714	33	4,274030	45	7,248248
8	1,422101	21	2,520241	34	4,466362	46	7,574420
9	1,486095	22	2,633652	35	4,667348	47	7,915268
10	1,552969	23	2,752166	36	4,877378	48	8,271456
11	1,622853	24	2,876014	37	5,096860	49	8,643671
12	1,695881	25	3,005434	38	5,326219	50	9,032636
13	1,772196	26	3,140679				

VIII. Tabelle für $4\,^3/_1$ %

1	1,0475	14	1,914946	27	3,500732	39	6,019522
2	1,097256	15	2,005996	28	3,667017	40	6,399724
3	1,149376	16	2,101186	29	3,841200	41	6,703711
4	1,203971	17	2,200992	30	4,023657	42	7,022137
5	1,261160	18	2,305540	31	4,214781	43	7,355689
6	1,321065	19	2,415053	32	4,414983	44	7,705084
7	1,383816	20	2,529768	33	4,624694	45	8,071076
8	1,449547	21	2,649932	34	4,844367	46	8,454452
9	1,518400	22	2,775803	35	5,074475	47	8,856038
10	1,590524	23	2,907654	36	5,315512	48	9,276700
11	1,666074	24	3,045768	37	5,567999	49	9,717343
12	1,745213	25	3,109442	38	5,832479	50	10,178917
13	1,828110	26	3,341988				

IX. Tabelle für 5%

Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.
1	1,05	14	1,979932	27	3,733456	39	6,704751
2	1,1025	15	2,078928	28	3,920129	40	7,039989
3	1,157625	16	2,182875	29	4,116136	41	7,391988
4	1,215506	17	2,292018	30	4,321942	42	7,761588
5	1,276282	18	2,406619	31	4,538039	43	8,149667
6	1,340096	19	2,526950	32	4,764941	44	8,557150
7	1,407100	20	2,653298	33	5,003189	45	8,985008
8	1,477455	21	2,785963	34	5,253348	46	9,434258
9	1,551328	22	2,925261	35	5,516015	47	9,905971
10	1,628895	23	3,071524	36	5,791816	48	10,401270
11	1,710339	24	3,225100	37	6,081407	49	10,921333
12	1,795856	25	3,386355	38	6,385477	50	11,467400
13	1,885649	26	3,555673				

X. Tabelle für 5¼%

1	1,0525	14	2,046961	27	3,981043	39	7,356345
2	1,107756	15	2,154426	28	4,190047	40	7,742553
3	1,165913	16	2,267533	29	4,410025	41	8,149037
4	1,227124	17	2,386579	30	4,641551	42	8,576861
5	1,291548	18	2,511874	31	4,885233	43	9,027147
6	1,359354	19	2,643748	32	5,141707	44	9,501072
7	1,430720	20	2,782544	33	5,411647	45	9,999878
8	1,505833	21	2,928628	34	5,695758	46	10,524872
9	1,584889	22	3,082381	35	5,994786	47	11,077427
10	1,668096	23	3,244206	36	6,309512	48	11,658992
11	1,755671	24	3,414527	37	6,640761	49	12,271089
12	1,847844	25	3,593789	38	6,989401	50	12,915322
13	1,944856	26	3,782463				

XI. Tabelle für $5\frac{1}{2}$ %

Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.
1	1,055	14	2,116091	27	4,244401	39	8,069487
2	1,113025	15	2,232476	28	4,477843	40	8,513309
3	1,174241	16	2,355263	29	4,724124	41	8,981541
4	1,238825	17	2,484802	30	4,983951	42	9,475525
5	1,306960	18	2,621466	31	5,258069	43	9,996679
6	1,378843	19	2,765647	32	5,547262	44	10,546497
7	1,454679	20	2,917757	33	5,852362	45	11,126554
8	1,534687	21	3,078234	34	6,174242	46	11,738515
9	1,619094	22	3,247537	35	6,513825	47	12,384133
10	1,708144	23	3,426152	36	6,872085	48	13,065260
11	1,802092	24	3,614590	37	7,250050	49	13,783849
12	1,901207	25	3,813392	38	7,648803	50	14,541961
13	2,005774	26	4,023129				

XII. Tabelle für $5\frac{3}{4}$ %

1	1,0575	14	2,187385	27	4,524495	39	8,849825
2	1,118306	15	2,313160	28	4,784654	40	9,358690
3	1,182609	16	2,446167	29	5,059771	41	9,896814
4	1,250609	17	2,586821	30	5,350708	42	10,465881
5	1,322519	18	2,735563	31	5,658374	43	11,067669
6	1,398564	19	2,892858	32	5,983731	44	11,704060
7	1,478981	20	3,059198	33	6,327795	45	12,377044
8	1,564023	21	3,235101	34	6,691643	46	13,088724
9	1,653954	22	3,421120	35	7,076413	47	13,841325
10	1,749056	23	3,617834	36	7,483307	48	14,637201
11	1,849627	24	3,825860	37	7,913597	49	15,478840
12	1,955980	25	4,045846	38	8,368628	50	16,368874
13	2,068449	26	4,278483				

XIII. Tabelle für 6 %

Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.	Jahre	Für 1 fl. Thlr., Frc., Lvr., Mk., etc.
1	1,060	14	2,260904	27	4,822346	39	9,703507
2	1,1236	15	2,396558	28	5,111687	40	10,285718
3	1,191016	16	2,540352	29	5,418388	41	10,902861
4	1,262477	17	2,692773	30	5,743491	42	11,557033
5	1,338226	18	2,854339	31	6,088101	43	12,250455
6	1,418519	19	3,025600	32	6,453387	44	12,985482
7	1,503630	20	3,207135	33	6,840590	45	13,764611
8	1,593848	21	3,399564	34	7,251025	46	14,590487
9	1,689479	22	3,603537	35	7,686087	47	15,465917
10	1,790848	23	3,819750	36	8,147252	48	16,393872
11	1,898299	24	4,048935	37	8,636087	49	17,377504
12	2,012196	25	4,291871	38	9,154252	50	18,420154
13	2,132928	26	4,549383				

b) Zinseszinstabellen, durch welche der gegenwärtige Werth der Einheit eines unverzinslichen Capitals abzüglich jährlicher Zinseszinsen leichter gefunden wird.

XIV. Tabelle à 3 %

1	0,970874	14	0,661118	27	0,450189	39	0,315754
2	0,942596	15	0,641862	28	0,437077	40	0,306557
3	0,915142	16	0,623167	29	0,424346	41	0,297628
4	0,888487	17	0,605016	30	0,411987	42	0,288959
5	0,862609	18	0,587395	31	0,399987	43	0,280543
6	0,837484	19	0,570286	32	0,388337	44	0,247372
7	0,813092	20	0,583676	33	0,377026	45	0,264439
8	0,789409	21	0,537549	34	0,366045	46	0,256737
9	0,766417	22	0,521893	35	0,355383	47	0,249259
10	0,744094	23	0,506692	36	0,345032	48	0,241999
11	0,722421	24	0,491934	37	0,334983	49	0,234950
12	0,701380	25	0,477606	38	0,325226	50	0,228107
13	0,680951	26	0,463695				

XV. Tabelle à $3^1/_2$ %

Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.
1	0,966184	14	0,617782	27	0,395012	39	0,261413
2	0,933511	15	0,596891	28	0,381654	40	0,252572
3	0,901943	16	0,576706	29	0,368748	41	0,244031
4	0,871442	17	0,557204	30	0,356278	42	0,235779
5	0,841973	18	0,538361	31	0,344230	43	0,227806
6	0,813501	19	0,520156	32	0,332590	44	0,220102
7	0,785991	20	0,502566	33	0,321343	45	0,212659
8	0,759412	21	0,485571	34	0,310476	46	0,205468
9	0,733731	22	0,469151	35	0,299977	47	0,198520
10	0,708919	23	0,453286	36	0,289833	48	0,191806
11	0,684946	24	0,437957	37	0,280032	49	0,185320
12	0,661783	25	0,423147	38	0,270562	50	0,179053
13	0,639404	26	0,408838				

XVI. Tabelle à 4 %

1	0,961538	14	0,577475	27	0,346817	39	0,216621
2	0,924556	15	0,555265	28	0,333477	40	0,208289
3	0,888996	16	0,533908	29	0,320651	41	0,200278
4	0,854804	17	0,513373	30	0,308319	42	0,192575
5	0,821927	18	0,493628	31	0,296460	43	0,185168
6	0,790315	19	0,474642	32	0,285058	44	0,178046
7	0,759918	20	0,456387	33	0,274094	45	0,171198
8	0,730690	21	0,438834	34	0,263552	46	0,164614
9	0,702587	22	0,421955	35	0,253415	47	0,158283
10	0,675564	23	0,405726	36	0,243669	48	0,152195
11	0,649581	24	0,390121	37	0,234297	49	0,146341
12	0,624597	25	0,375117	38	0,225285	50	0,140713
13	0,600574	26	0,360689				

XVII. Tabelle à 4½ %

Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.
1	0,956938	14	0,539973	27	0,304691	39	0,179665
2	0,915730	15	0,516720	28	0,291571	40	0,171929
3	0,876297	16	0,494469	29	0,279015	41	0,164525
4	0,838561	17	0,473176	30	0,267000	42	0,157440
5	0,802451	18	0,452800	31	0,255502	43	0,150661
6	0,767896	19	0,433302	32	0,244500	44	0,144173
7	0,734828	20	0,414643	33	0,233971	45	0,137964
8	0,703185	21	0,396787	34	0,223896	46	0,132023
9	0,672904	22	0,379701	35	0,214254	47	0,126338
10	0,643928	23	0,363350	36	0,205028	48	0,120889
11	0,616199	24	0,347703	37	0,196200	49	0,115692
12	0,589664	25	0,332731	38	0,187750	50	0,110710
13	0,564272	26	0,318402				

XVIII. Tabelle à 5 %

1	0,952381	14	0,505068	27	0,267848	39	0,149148
2	0,907029	15	0,481017	28	0,255094	40	0,142046
3	0,863838	16	0,458112	29	0,242946	41	0,135282
4	0,822702	17	0,436297	30	0,231377	42	0,128840
5	0,783526	18	0,415521	31	0,220359	43	0,122704
6	0,746215	19	0,395734	32	0,209866	44	0,116861
7	0,710681	20	0,376889	33	0,199873	45	0,111297
8	0,676839	21	0,358942	34	0,190355	46	0,105997
9	0,644609	22	0,341850	35	0,181290	47	0,100949
10	0,613913	23	0,325571	36	0,172657	48	0,096142
11	0,584679	24	0,310068	37	0,164436	49	0,091564
12	0,556837	25	0,295303	38	0,156605	50	0,087204
13	0,530321	26	0,281241				

XIX. Tabelle à 5½ %

Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.	Jahre	Für 1 fl., Thlr., Fr., Lvr., Mk., etc.
1	0,947867	14	0,472569	27	0,235605	39	0,123924
2	0,898452	15	0,447933	28	0,223322	40	0,117463
3	0,851614	16	0,424581	29	0,211679	41	0,111339
4	0,807217	17	0,402447	30	0,200644	42	0,105535
5	0,765134	18	0,381466	31	0,190184	43	0,100033
6	0,725246	19	0,361579	32	0,180269	44	0,094818
7	0,687437	20	0,342729	33	0,170871	45	0,089875
8	0,651599	21	0,324862	34	0,161963	46	0,085190
9	0,617629	22	0,307926	35	0,153520	47	0,080748
10	0,585431	23	0,291873	36	0,145516	48	0,076539
11	0,554911	24	0,276657	37	0,137930	49	0,072549
12	0,525982	25	0,262234	38	0,130739	50	0,068767
13	0,498561	26	0,248563				

XX. Tabelle à 6 %

1	0,943396	14	0,442301	27	0,207368	39	0,103056
2	0,889996	15	0,417265	28	0,195630	40	0,097222
3	0,839619	16	0,393646	29	0,184557	41	0,091719
4	0,792094	17	0,371364	30	0,174110	42	0,086527
5	0,747258	18	0,350344	31	0,164255	43	0,081630
6	0,704961	19	0,330513	32	0,154957	44	0,077009
7	0,665057	20	0,311805	33	0,146186	45	0,072650
8	0,627412	21	0,294155	34	0,137912	46	0,068538
9	0,591898	22	0,277505	35	0,130105	47	0,064658
10	0,558395	23	0,261797	36	0,122741	48	0,060998
11	0,526788	24	0,246979	37	0,115793	49	0,057546
12	0,496969	25	0,232299	38	0,109239	50	0,054288
13	0,468839	26	0,219810				

Wie leicht und kurz die hieher gehörigen Berechnungen werden, wenn man die vorstehenden Zinseszinstabellen benützt, wird aus den nun folgenden Beispielen zu ersehen sein.

c) Aufsuchung der Grösse des Capitals.

1. Beispiel. Wie hoch steigt ein Capital von 2200 fl. in 42 Jahren, wenn es zu $4\frac{1}{4}$ % ausgeliehen ist, und der Zins zum Capital geschlagen wird?

Berechnung. Nach Tabelle VI. wächst bei $4\frac{1}{4}$ procentiger Verzinsung ein fl. in 42 Jahren auf 5,743739 fl. an, demnach 2200 fl. in dieser Zeit auf

$$2200 \times 5{,}743739 \text{ fl.} = 12636{,}2258 \text{ fl.}$$

2. Beispiel. Welchen baaren Werth hat eine nach 20 Jahren ohne Zinsen zahlbare Schuld von 15060 Thlrn., wenn man 4 % Zinseszins annimmt?

Berechnung. Nach Tabelle XVI. ist 1 Thlr. der erst nach 20 Jahren ohne Zinsen zahlbar ist, wenn man 4 % Zinseszins annimmt, jetzt 0,456387 Thlr. werth; die 15060 Thlr. sind daher, wenn sie jetzt gezahlt werden, unter den nämlichen Verhältnissen $15060 \times 0{,}456387 = 6873{,}18822$ Thaler werth.

164) Wie viel betragen 1600 Mark Banco mit den Zinseszinsen zu 5 % nach 30 Jahren?

165) Jemand legt ein Capital mit der Bedingung auf Zinsen an, dass am Ende eines jeden Jahres die Zinsen wieder zum Capital geschlagen werden. Wenn er 5 % nimmt, und das Capital, welches er anlegte, 5344 fl. beträgt; zu welchem Capital wird dieses nach 14 Jahren gestiegen sein?

166) Ein grosses Gut soll verkauft werden, und es finden sich dazu 2 Käufer. Der Eine bietet 40500 Thlr. baar, der Andere bietet 45000 Thlr.; von dieser Summa will er 20000 Thlr. baar, 10000 Thlr. ohne Zinsen nach einem Jahre, 10000 Thlr. ohne Zinsen nach 2 Jahren und den Rest ohne Zinsen nach 3 Jahren zahlen; welches Gebot ist für den Verkäufer das vortheilhafteste, wenn 4 % Zinseszins angenommen wird, und wie viel bringt es im Verhältniss zum andern Gebot Vortheil?

167) Wie hoch wird ein Capital von 8450 fl. anwachsen, wenn es 40

Jahre zu $4\frac{1}{2}$ % ausgeliehen ist und die Zinsen immer wieder zu dem Capital geschlagen werden?

168) Ein Land, das jetzt 4500000 Einwohner zählt, vermehrt sich jährlich um 3 %. Wie viel Einwohner würde dieses Land nach 100 Jahren zählen, wenn der Zuwachs der Bevölkerung keine Störung zu erleiden hätte?

169) Zur Gründung eines Waisenhauses werden 20000 fl. auf Zinseszins gelegt; wie viel wird daraus bei $3\frac{1}{2}$ % in 12 Jahren?

---

d) Aufsuchung der Zeit.

Die obigen Tabellen können nicht bloss dann, wenn nach der Grösse des Capitals, sondern auch wenn nach der Zeit gefragt wird, innerhalb welcher ein Capital durch Zinseszinse zu einer gewissen Summe anwächst, recht gut benützt werden. Das folgende Beispiel wird dies zeigen.

Beispiel: In welcher Zeit wächst ein Capital von 1000 Thlr. bei 4 % auf 5600 Thlr. an?

Berechnung. 1000 Thlr. wachsen auf 5600 Thlr. an, 1 Thlr. also auf den 1000 Theil von 5600 Thlr. = 5,6 Thlr. Nun sehe ich aus der V. Tabelle, in wie viel Jahren 1 Thlr. auf 5,6 Thlr. anwächst. Nach dieser Tabelle wächst 1 Thlr. in 44 Jahren zu 5,616515 Thalern, also 1000 Thlr. auf 5616,5 Thaler an; es sind demnach nicht ganz 44 Jahre hiezu nöthig.

Es liesse sich diese Berechnung noch genauer ausführen, so dass die Zeit auch auf den Tag bezeichnet würde; da dieses aber nur selten verlangt wird, so wird um so mehr diese Berechnung genügen, um nicht zu weitläufig werden zu müssen.

170) In wie viel Jahren verdoppelt sich ein zu 5% ausgeliehenes Capital, wenn die Zinseszinsen dazu geschlagen werden?

171) Wie viel Jahre müssen 100 Thlr. zu 4 % auf Zinseszins ausstehen, wenn sie mit den Zinseszinsen 300 Thlr. betragen sollen?

172) Wie viel Jahre müssen 10000 Thlr. zu $5\frac{1}{2}$ % ausgeliehen sein, wenn Capital und Zinseszinsen 24850 Thlr. betragen sollen?

Es ist erstaunlich, zu welch grosser Summe sich auch das kleinste Capital in der Länge der Zeit anhäuft, wenn es auf Zinseszins angelegt ist. Einige Beispiele mögen euch hievon überzeugen. Angenommen, dass die Erde genau 6000 Jahre bestände, und dass der erste Mensch 1 Pfennig zu 5 % auf Zinseszins angelegt hätte, so würde derselbe bis jetzt zu einer so grossen Zahl von Gulden angewachsen sein, dass man an die Zahl 32 noch 123 Nullen anhängen müsste, damit sie die Anzahl der Guldenstücke bestimmen könnte.

Würde Jemand zur Zeit der Geburt Christi 1 preussischen Thaler zu 5 % in der Art verliehen haben, dass die Zinseszinsen zum Capital gerechnet worden wären, so würde die Summa des Capitals schon im Jahre 1836 so gross gewesen sein, dass diese Thaler eine Kugel von 2594 Erddurchmessern gebildet hätten!

Dritter Abschnitt.

Alligations- oder Vermischungsrechnung
in Verbindung mit der Gold- und Silberrechnung.

Nicht selten werden theils trockene, theils flüssige Körper mit einander vermischt. Sind flüssige z. B. Wasser und Wein mit einander vermischt, so nennt man das Verbundene ein Gemisch; sind trockene Körper, die sich in ihrer Verbindung noch unterscheiden lassen, mit einander vermischt, so nennt man dies auch ein Gemenge; müssen die Körper, um mit einander verbunden zu werden, durch das Feuer flüssig gemacht werden, wie dies bei den Metallen der Fall ist, so nennt man diese Verbindung Legirung. Die mit einander verbundenen Stoffe nennt man Ingredienzien oder Bestandtheile; das mit einander Verbundene heißt man Mischung.

Die edlen Metalle Gold und Silber, welche gar keinen Zusatz von andern Metallen haben, nennt man fein (rein); sie kommen aber im Handel in diesem Zustande nur selten vor. Gewöhnlich wird ihnen ein Zusatz von geringerem Metall, wozu man sich meist des Kupfers bedient, beigemischt. Dieses Mischen nennt man, wie wir so eben gehört haben, Legiren, beim Golde auch Karatiren.

Das Gewicht der Gold- und Silbermünzen wird in Deutschland nach der kölnischen Mark angegeben. Um nämlich bestimmen zu können, wie viel Zusatz im edlen Metall ist, giebt man an, wie viel edles Metall in einer Mark des legirten Goldes oder Silbers enthalten ist. Die Mark Silber wird in 16 Loth à 18 Grän, die Mark Goldes in 24 Karat à 12 Grän, daher die Mark beider edler Metalle in 288 Grän eingetheilt. Die Menge des in einer legirten Masse enthaltenen reinen edlen Metalls, heißt man Feingehalt oder Gehalt der Masse. Das Gewicht durch welches der Feingehalt ausgedrückt wird, nennt man das Feingewicht. Das volle Gewicht des legirten Metalls mit Einschluß des Zusatzes heißt das Rauhgewicht.

Die kölnische Mark, deren man sich in Deutschland bedient, ist die Hälfte eines Pfundes. Das Gewicht derselben ist aber in den verschiedenen Staaten Deutschlands nicht ganz von gleicher Schwere. In Köln wiegt das älteste aufbewahrte Markgewicht 233,8123 französische Grammen; in Wien wiegt die köln. Mark 233,8757 franz. Grammen, in Hamburg 233,85489 franz. Gr., in Kopenhagen 234,969 fr. Gr., in den deutschen Zollvereinsstaaten ist die Schwere von 233,8555 franz. Grammen als die Schwere der allgemeinen deutschen Vereinsmark angenommen worden. In Frankfurt a. M. hat man auch noch die Mark à 233,9569 fr. Gr., in Leipzig die Mark à 233,8123 fr. Gr. Die Augsburger Mark, welche in Bayern noch vorkommt, hält 235,924 Grammen. 100 Augsburger Mark sind nahe 101 Vereinsmark. In Rheinbayern ist das französische Gewicht gebräuchlich.

Der Preis für die Vereinsmark feinen Goldes ist in Deutschland 378 bis 385 fl. im $24\frac{1}{2}$ fl.-Fuß, oder 216 bis 220 Thlr. im 14 Thlr. Fuß; der Preis für die Vereinsmark feinen Silbers ist $24\frac{1}{3}$ bis $24\frac{1}{2}$ fl. oder $13\frac{3}{4}$ bis 14 Thlr. preußisch.

Die außerdeutschen Länder haben meistens für Gold oder Silber andere Gewichtsverhältnisse und auch andere Bezeichnungen des Feingehalts.

In England bedient man sich zur Bestimmung der Schwere und des Feingehalts edler Metalle des Troygewichts, womit auch Juwelen, Perlen, Seide und Apothekerwaaren gewogen werden. 1 Troyfund = 12 Unzen (Ounces) à 20 Penny (Pfenniggewicht) à 24 Grän (Grains); das Troypfund hat also 5760 Grän und wiegt 373,246 fr. Grammen. 100 Troypfund = 159,603 deutsche Vereinsmark. Das Münz-Silber hält 11,1 Unzen Silber im Pfunde oder $\frac{37}{40}$ der ganzen Masse und wird Standard- oder Probesilber genannt.

In Frankreich wiegt man Gold und Silber mit dem Kilogramm, welches in 1000 Grammen eingetheilt ist. 1 deutsche Vereinsmark = 0,233855 Kilogramm; 1 Kilogramm = 4,276 Vereinsmark. Der Preis des feinen Goldes für das Kilogramm ist $3437\frac{7}{9}$ Franken mit einem Agio von circa $5\frac{1}{2}$ ‰, der Preis des feinen Silbers für das Kilogramm ist 220 Franken mit einem Agio von circa $2\frac{3}{4}$ ‰.

In Belgien und den Niederlanden herrscht dasselbe Gewicht wie in Frankreich; in den Niederlanden nennt man aber das Kilogramm Pond (Pfund), und die Gramme Wigtjes. Der Preis des feinen Goldes für das Kilogramm ist $1442\frac{2}{3}$ holländische fl. mit einem Agio von circa 14 %, der des feinen Silbers ist 104 bis 105 fl. holländisch.

In Spanien gebraucht man die kastilianische Mark, welche für Gold in 50 Castilianos à 8 Tomines, 4800 Granos oder Grän, für Silber

in 8 Onzas à 8 Ochavos à 2 Adarmes à 3 Tomines oder in 4608 Granos eingetheilt ist, und 230,0675 fr. Grammen wiegt. 100 Vereinsmark sind ungefähr 101,65 kastilianische Mark.

In Portugal hat die Mark 4608 Granos oder Grän und wiegt 229,5 franz. Grammen. 101,9 portugiesische Mark = 100 Vereinsmark.

In Neapel gebraucht man die Libbra (das Pfund); sie wiegt 7200 Acini oder 6912 Grani. 1 Libbra = 339,161 Grammen.

In Mailand hat die Mark 4608 Grani; sie wiegt 234,997 franz. Grammen. 100 Mailänder Mark = 100,488 Vereinsmark.

In Rußland wiegt man das Silber nach Pud à 40 Pfund, das Gold aber nur nach Pfunden à 96 Solotnik à 96 Doli. Der Feingehalt des Goldes und Silbers wird nach Solotnik und Doli angegeben. Das Pfd. des feinen Goldes oder Silbers = 96 Solotnik. Das russische Pfund wiegt 409,512 franz. Grammen. 4 russische Pfund = 7 Vereinsmark.

In Schweden hat die Mark 16 Loth à 4 Quentchen. 1 Mark = 210,639 fr. Grammen. 10 schwedische Mark sind nahe 9 Vereinsmark.

Wird Gold oder Silber eingeschmolzen, so wird es gewöhnlich entweder in Stangen gegossen, die man Barren nennt, oder in mehr breite Stücke, Planschen genannt.

Bei der Vermischungsrechnung muß in den mit einander vermischten Körpern die Quantität und die Qualität derselben unterschieden werden. Die Quantität giebt die Menge oder Größe einer Sache an und diese wird durch das Maß, Gewicht 2c. ausgedrückt; unter Qualität versteht man den Werth der Sache, der durch den Preis und die Güte derselben bezeichnet wird. Wenn ich z. B. 400 ℔ Kaffee à 40 kr. pr. ℔ erhalte, so bilden die 400 ℔ die Quantität, und die 40 kr., als der Preis für jedes ℔ die Qualität. Wenn ein Leuchter 3 Mark 10 löthiges Silber enthält, so ist durch die 3 Mark oder durch das Gewicht des Leuchters die Quantität ausgedrückt, durch „10 löthig" die Qualität.

Bei der Alligations- oder Vermischungsrechnung in Verbindung mit der Gold- und Silberrechnung ist vor Allem die Qualität und die Quantität der Bestandtheile und die Qualität und die Quantität der Mischung zu unterscheiden. Sie lehrt:

1) den Gehalt und Preis einer Einheit der Mischung aus der Menge und dem Werthe der zu mischenden Dinge finden,
2) die Qualität der ganzen Masse des legirten Goldes oder Silbers aus dem Gewichte der ganzen Masse und aus der Qualität der Mark ermitteln,
3) das Gewicht der ganzen Masse des legirten Goldes oder Silbers aus

der Qualität der rauhen Mark und der Qualität der ganzen Masse aufsuchen,
4) den Werth des feinen aus dem Werthe des legirten Goldes oder Silbers, und umgekehrt des legirten aus dem Werthe des feinen 2c. bestimmen,
5) den Werth eines der Bestandtheile aus dem Werthe der andern zu mischenden Dinge und aus dem Werthe der Mischung berechnen,
6) die Quantitäten der Mischungssorten aus der Qualität und Quantität der Mischung und der Qualität der Mischungssorten bestimmen,
7) das Quantum eines nach dem Werthe bezeichneten Bestandtheiles zur Mischung aus dem Quantum und der Qualität der andern Bestandtheile bestimmen,
8) den durch die Mischung entstehenden Gewinn oder Verlust berechnen,
9) das Mischungsverhältniß bei mehr als 2 Stoffen ermitteln und
10) die Alligationsrechnung auf ähnliche Verhältnisse anwenden.

Kopfrechnen.

1) Bestimmung des Gehaltes und Preises einer Einheit der Mischung (aus der Menge und dem Werthe der zu mischenden Dinge.)

1. Beispiel. Suche den Gehalt von 12 löthigem Silber.

Berechnung. 1 Mark = 16 Loth, 1 Loth ist daher = $\frac{1}{16}$ Mark, 12 Lth. = $\frac{12}{16}$ = $\frac{3}{4}$ Mark. Das 12 löthige Silber ist daher $\frac{3}{4}$ gehaltig und hat $\frac{1}{4}$ Zusatz.

2. Beispiel. Wie viel karatig ist $\frac{7}{8}$ gehaltiges Gold?

Berechnung. Ist das Gold $\frac{7}{8}$ gehaltig, so heißt das: unter den 8 Theilen sind 7 Theile reines Gold und nur 1 Theil ist Zusatz. Die Mark hat aber nicht 8 Karat Gold, sondern 24 oder 3 × 8 Karat. Das $\frac{7}{8}$ gehaltige Gold hat daher 3 × 7 = 21 Karat reines Gold und 3 × 1 = 3 Karat Zusatz.

3. Beispiel. Wie viel edles Metall ist in 6 Mark 14 löthigem Silber enthalten?

Berechnung. Wenn 1 Mark 14 Loth reines Silber hat, so haben 6 Mark 6 × 14 = 84 Loth reines Silber, die übrigen Lothe sind Zusatz.

4. Beispiel. Ein silberner Pokal wiegt 3 Mark, enthält aber nur 2 Mark feinen Silbers; wie viel löthig ist er?

Berechnung. Der Pokal wiegt 3 Mark, enthält an feinem Silber aber nur 2 Mark, ist daher $\frac{2}{3}$ gehaltig. Da eine Mark = 16

Loth ist, so ist der Pokal $\frac{2}{3} \times 16$ löthig $= \frac{32}{3} = 10\frac{2}{3}$ löthig.

5. Beispiel. Wenn man zu 4 Mark 10 löthigem Silber noch 1 Mark feines Silber zusetzt, wie viel löthig wird es dann?

Berechnung. Da zu den 4 Mark S. noch 1 Mark kommt, so werden es 5 Mark. Die 4 Mark 10 löthiges S. enthalten $4 \times 10 = 40$ Loth feinen Silbers, dazu noch 1 Mark oder 16 Loth f. S. $= 56$ Lth. f. S. Wenn nun die 5 Mark 56 Loth feinen Silbers enthalten, so enthält 1 Mark den 5. Theil von 56 Loth $= 11\frac{1}{5}$ Loth. Das Silber wird daher $11\frac{1}{5}$ löthig.

6. Beispiel. Ein Wirth hat 2 Sorten Wein, die Maß zu 24 kr. und die Maß zu 30 kr. Er mischt ein Quantum der ersten Sorte mit einem eben so großen Quantum der zweiten Sorte; was ist die Maß der Mischung werth?

Berechnung. Wenn 1 Maß zu 24 kr. und 1 Maß zu 30 kr. gemischt werden, so kosten 2 Maß der Mischung $24 + 30 = 54$ kr., 1 Maß derselben die Hälfte von $54 = 27$ kr.

7. Beispiel. Zu einer Masse schmilzt man zweierlei Sorten Silber, nämlich 2 Mark 10 löthiges und 3 Mark 11 löthiges; wie viel löthig wird die Mischung dieser Masse?

Berechnung. 2 Mark 10 löthiges S. enthalten $2 \times 10 = 20$ Loth f. Silber, 3 Mk. 11 löthiges enthalten $3 \times 11 = 33$ Loth f. S.; diese 5 Mark enthalten sonach $20 + 33 = 53$ Loth f. S.; 1 Mark enthält daher den 5. Theil von 53 Loth f. S. $= 10\frac{3}{5}$ Loth; die Mischung wird daher $10\frac{3}{5}$ löthig.

8. Beispiel. 3 Flaschen Wein, die Flasche zu 50 kr., 3 Flaschen Wein à 40 kr., und 4 Flaschen à 30 kr., werden mit einander vermischt; wie viel ist eine Flasche der Mischung werth?

Berechnung.

3 Flaschen	à 50 kr.	= 2 fl.	30 kr.
3 "	" 40 "	= 2 "	— "
4 "	" 30 "	= 2 "	— "

Die 10 Flaschen kosten daher 6 fl. 30 kr., 1 Flasche kommt sonach auf den 10. Theil von 6 fl. $= \frac{6}{10}$ fl. $= 36$ kr. und den 10. Theil von 30 kr. $= 3$ kr.; $36 + 3 = 39$ kr.; 1 Flasche ist folglich 39 kr. werth.

1) Welches ist der Gehalt von a) 15 karatigem, b) 18 kar., c) 20 kar., d) 22 kar. Golde?

2) Wie viel löthig ist ein silberner Altarleuchter von 18 Mark Gewicht, wenn er 10 Mark feinen Silbers enthält?

3) Wie viel karatig ist $\frac{13}{16}$ gehaltiges Gold?
4) Ein silbernes Kruzifix von 8 Mark Gewicht hat 7 Mark feinen Silbers; wie viel löthig ist es?
5) Von welchem Gehalte ist a) 14 löthiges, b) 10 löthiges, c) 13 löthiges Silber?
6) Ein Silberarbeiter schmelzt 1 Mark 10 löthiges mit einer Mark 14 löthigem Silber zusammen; was für ein Mittelgehalt wird daraus entstehen; d. h. wie viel löthig wird die Mark?
7) Was für ein Mittelgehalt entsteht, wenn man 11 löthiges Silber, 10 löthiges und 14 löthiges zusammenschmelzt und hiebei von einer dieser 3 Sorten so viel nimmt, als von der andern?
8) Wie viel löthig werden 6 Mark 10 löthiges Silber durch den Zusatz von 2 Mark Kupfer?
9) Ein Goldarbeiter vermischt 4 Mark 18 karatiges Gold mit 1 Mark feinem Golde; wie viel karatig ist die Mischung?
10) Ein Silberarbeiter schmelzt 4 Mark zehnlöthiges Silber mit 5 Mk. 12 löthigem; wie viel löthig wird die Mischung?
11) Ein Weinwirth mischt 4 Eimer Wein à 24 fl. unter 5 Eimer à 20 fl.; was kostet 1 Eimer der Mischung?
12) Wie hoch kommt 1 Eimer Wein, wenn man 3 Eimer à 25 fl. mit 2 Eimern à 20 fl. mit einander vermischt?
13) Jemand mischt unter 48 Maß Wein à 40 kr. 12 Maß Wasser; wie viel ist eigentlich die Maß dieser Mischung werth?
14) Es mischt Jemand 5 ℔ guten Rauchtabak mit 6 ℔ einer schlechteren Sorte; von der bessern kostet das ℔ 1 fl. 12 kr., von der schlechteren 50 kr.; wie viel ist 1 ℔ der Mischung werth?
15) Ein Hausvater kaufte im Monate November 10 Metzen Korn, den Mtzn. zu 2 fl., im Mon. Dezember 10 Mtzn. à 2 fl. 15 kr. und im Januar 10 Mtzn. à 2 fl. 30 kr. und vermischte dasselbe mit einander; wie viel kostete der Metzen des Gemenges?
16) Ein Pferdebesitzer kaufte 5 Schffl. Haber à 4 fl. und 6 Schffl. à 5 fl. und vermengte denselben. Wie theuer kommt ihm 1 Scheffel hievon?
17) Jemand kaufte 6 ℔ Tabak, das ℔ zu 1 fl. 20 kr., und 5 ℔, das ℔ zu 48 kr.; er vermengte nun beide Sorten; wie hoch kam das ℔ dieser Mischung?
18) Ein Kaufmann mischt 2 Sorten Kaffee, wovon 1 ℔ der bessern Sorte 32 kr. kostet, 1 ℔ der schlechteren 27 kr.; was ist 1 ℔ der Mischung werth?
19) Jemand kaufte 4 ℔ Kaffee à 35 kr. und 2 ℔ à 30 kr. und vermengte beide Sorten; wie viel ist das ℔ der Mischung werth?

20) Ein Silberarbeiter mischt 2 Mark 14 löthiges Silber mit 4 Mark 10 löthigem; wie viel löthig ist die Mischung?
21) 3 Eimer Wein à 66 fl., 2 Eimer Wein à 70 fl. und 1 Eimer à 62 fl. wurden mit einander vermischt; wie hoch kommt der Eimer der Mischung?

---

2) Bestimmung der Qualität der ganzen Masse des legirten Goldes oder Silbers (aus dem Gewichte der ganzen Masse und aus der Qualität der Mark.)

Beispiel. Eine Zuckerdose ist 20 Loth schwer und aus 12 löthigem Silber verfertigt; wie viel feines Silber enthält sie?

Berechnung. 1 Mark enthält 12 Lth. feines Silber und 4 Lth. Zusatz, dem kein Werth beigelegt wird, 20 Lth. = $1\frac{1}{4}$ Mark; sie enthalten daher 12 Loth und den 4. Theil von 12 Lth. = 3 Loth feines Silber, sonach zusammen 15 Loth f. S.

22) Wie viel edles Metall ist in $6\frac{1}{3}$ Mark 12 löthigem Silber enthalten?
23) Wie viel feinen Goldes ist in 3 Mark 20 karatigem Golde enthalten?
24) Eine Zuckerzange wiegt 5 Loth und ist aus 12 löthigem Silber gemacht; wie viel feines Silber enthält sie?
25) Ein Silberbarren wiegt 15 Mark und besteht aus 10 löthigem Silber; wie viel feines Silber enthält er?
26) Ein Stange Goldes ist 12 Mark schwer und besteht aus 20 karatigem Golde; wie viel feines Gold enthält die ganze Stange?
27) Ein silberner Löffel, der von 11 löthigem Silber gemacht ist, wiegt 5 Loth; wie viel feines Silber enthält er?

---

3) Bestimmung des Gewichts der ganzen Masse des legirten Goldes oder Silbers (aus der Qualität der rauhen Mark und der Qualität der ganzen Masse.)

Beispiel. In einer Masse 10 löthigen Silbers sind 5 Mark feines Silber enthalten; wie schwer muß diese ganze Masse sein?

Berechnung. Da die Mark feinen Silbers 16 Loth enthält, so sind 5 Mark 5 × 16 = 80 Loth. Wenn die Masse nur 10-löthig ist, so machen schon 10 Loth f. S. und 6 Loth Zusatz 1

Mark der Mischung aus und es muß diese 10 löthige Masse daher gerade so viel Mark wiegen, als 10 in 80 enthalten ist, also 8 Mark.

28) Ein Leuchter von 12 löthigem Silber enthält 4 Mark feines Silber; wie schwer muß der ganze Leuchter sein?

29) Eine Stange 16 karatiges Gold enthält 10 Mark feines Gold; wie schwer wird die ganze Stange sein?

30) Ein Silberarbeiter hat aus 20 Mark feinen Silbers durch den nöthigen Zusatz von Kupfer 14 löthiges gemacht; wie viel Mark erhielt er daraus?

31) Wie schwer wiegt ein Teller, der aus 10 löthigem Silber gefertigt ist, wenn er $1\frac{1}{2}$ Mark feinen Silbers enthält?

32) Ein Stück 18 karatiges Gold enthält an feinem Gold 3 Mark; wie schwer ist die ganze Masse?

---

4) Bestimmung des Werthes des feinen Goldes und Silbers (aus dem Werthe des legirten, und umgekehrt des legirten aus dem Werthe des feinen &c.)

1. Beispiel. Wenn die Mark feinen Silbers 20 fl. Conventionsmünze kostet, wie hoch kommt dann die Mark 10 löthiges?

Berechnung. Die Mark 10 löth. S. enthält nur 10 Lth. fein. S. $= \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$ Mark f. S. Wenn nun eine ganze Mark f. S. zu 20 fl. C.-M. berechnet wird, so kosten $\frac{5}{8}$ Mark fein. S. $\frac{5}{8} \times 20 = \frac{100}{8} = 12\frac{1}{2}$ fl. Conv.-Münze.

2. Beispiel. Wie hoch kommen 4 Mark 12 karatiges Gold, wenn die Mark feinen Goldes zu 380 fl. rhn. berechnet wird?

Berechnung. 1 Mark fein. G. = 24 Karat; die Mark des 12 karatigen Goldes hier ist daher nur halb so viel werth, als die Mark des feinen Goldes. Da die Mk. f. G. 380 fl. kostet, so kostet daher die Mark 12 kar. halb so viel = 190 fl., 4 Mk. aber kosten $4 \times 190 = 760$ fl.

Oder: 2 Mk. 12 kar. G. kosten gerade so viel, als 1 Mark 24 karatiges, also 380 fl. Wenn 2 Mark 380 fl. kosten, so kosten 4 Mark noch einmal so viel, also 760 fl.

3. Beispiel. Wie theuer kommt die Mark feinen Silbers zu stehen, wenn die Mark 12 löthiges für 10 Thlr. preuß. berechnet wird?

Berechnung. 1 Mark oder 16 Loth f. S. sind 1) 12 Loth und 2) 4 Loth = $\frac{1}{3}$ von 12 Loth, daher muß auch 1 Mark f. S. so viel als die Mark 12 löthiges und $\frac{1}{3}$ so viel kosten, also 10 Thlr. und $\frac{10}{3}$ = $3\frac{1}{3}$ Thlr. = $13\frac{1}{3}$ Thlr. preuß. Courant.

4. Beispiel. Wie hoch kommt die Mark feinen Silbers zu stehen, wenn $4\frac{1}{2}$ Mark feinen S. mit 63 Thlr. preuß. bezahlt werden?

Berechnung. Wenn $4\frac{1}{2}$ = $\frac{9}{2}$ Mark mit 63 Thlrn. bezahlt werden, so kostet $\frac{1}{2}$ Mark den 9. Theil von 63 Thlrn. = 7 Thlr. preuß., 1 ganze Mark aber 2 × 7 = 14 Thlr.

33) Wie hoch kommt die Mark 12 löthiges Silber, wenn 5 Mark feines Silber 100 fl. Conv.-Münze kosten?

34) 3 Mark feinen Goldes kosten 660 Thlr. im 14 Thlr. Fuß; wie hoch kommt die Mark 18 karatigen Goldes?

35) Die Mark 14 löthiges Silber kostet 21 fl. rhein.; wie hoch kommen 3 Mark feines Silber?

36) Wie hoch kommen 3 Mark 16 karatiges Gold, wenn die Mark feinen Goldes 315 fl. Conv.-M. kostet?

37) Wenn die Mark feinen Silbers 14 Thlr. pr. kostet, wie hoch kommt dann die Mark 10 löthiges?

38) 7 Mark legirtes Silber werden mit 133 fl. rhein. bezahlt; wie hoch kommt 1 Mark?

39) Wie hoch kommt die Mark feines Gold, wenn die Mark 16 karatiges mit 144 Thlr. preuß. bezahlt wird?

---

5) Bestimmung des Werths eines der Bestandtheile (aus dem Werthe der andern zu mischenden Dinge und aus dem Werthe der Mischung.)

1. Beispiel. 6 Mark 10 löthiges Silber werden mit 4 Mark einer besseren Sorte vermischt; man erhält dadurch 12 löthiges Silber. Wie viel löthig ist die bessere Sorte?

Berechnung. 6 Mk. + 4 Mk. Silber = 10 Mk. 10 Mk. 12 löthiges Silber geben 10 × 12 = 120 Loth fein. S. Die 6 Mk. 10 löthiges Silber enthalten 6 × 10 = 60 Loth fein. S. Diese 60 Loth abgezogen von den 120 Lthn., so bleiben noch 60 Lth., und so viel müssen die 4 Mark der bessern Sorte enthalten. Wenn aber die 4 Mk. S. 60 Lth. f. S. enthalten, so kommt auf 1 Mk. der 4. Theil von 60 Loth = 15 Loth. Die bessere Sorte muß daher 15 löthig sein.

2. Beispiel: In 10 ℔ Tabak, die zusammen 9 fl. kosten, sind 8 ℔ à 45 kr.; was kosten die 2 ℔ der besseren Sorte der Mischung?

Berechnung. Wenn 1 ℔ 45 kr. $= \frac{3}{4}$ fl. kostet, so kosten 8 ℔ $8 \times \frac{3}{4}$ fl. $= \frac{24}{4} = 6$ fl. Da aber die 10 ℔ 9 fl. kosten, so müssen die 2 ℔ der bessern Sorte auf 3 fl. zu stehen kommen; sonach kommt 1 ℔ auf $\frac{3}{2}$ fl. $=$ 1 fl. 30 kr.

3. Beispiel. Jemand braucht 40 Quart Spiritus von 56 Grad, und er muß, um denselben zu erhalten, eine bessere Sorte mit 5 Quart Wasser verdünnen; wie viel gradig ist die bessere Sorte?

Berechnung. Der Spiritus soll 56 Grad enthalten; die bessere Sorte, die vorhanden ist, muß aber mit 5 Grad Wasser vermischt werden, damit man 40 Quart solchen Spiritus erhält; es müssen von der bessern Sorte sonach 35 Quart und dazu 5 Quart Wasser genommen werden. Da hiernach der Spiritus um $\frac{5}{35} = \frac{1}{7}$ besser ist, als der 56 gradige, der 7. Theil von 56 aber 8 ist, so muß eben deßhalb auch der bessere $56 + 8 = 64$ Grad enthalten.

40) 10 Mark 9 löthiges Silber werden mit 15 Mark einer bessern Sorte vermischt; man erhält dadurch 12 löthiges Silber. Wie viel löthig war die bessere Sorte?

41) 2 Sorten Wein werden zu gleichen Theilen mit einander vermischt. Man erhält als Mittelpreis für die Maß 24 Sgr. Die Maß von der ersteren Sorte kostete 27 Sgr.; was kostet die Maß der zweiten?

42) Durch Verbindung von 2 Mark 18 karatigem Golde und 6 Mark einer besseren Sorte erhielt man 21 karatiges. Wie viel Karat feinen Goldes hielt die bessere Sorte?

43) 3 Mark 12 löthiges Silber werden mit 2 Mark einer besseren Sorte vermischt; man erhält dadurch 14 löthiges. Wie viel löthig ist die bessere Sorte?

---

6) Bestimmung der Quantitäten der Mischungssorten (aus der Qualität und Quantität der Mischung und der Qualität der Mischungssorten.)

1. Beispiel. Ein Goldarbeiter braucht 18 karatiges Gold, hat aber kein anderes, als 20 und 15 karatiges; wie viel muß er von den beiden letzteren Sorten nehmen, um 18 karatiges daraus zu legiren?

Berechnung. Die Mark soll 18 karatig sein. Wenn er 1 Mark 20 kar. dazu nimmt, so verliert er daran 2 Karat; nimmt er aber 1 Mark 15 kar., so gewinnt er 3 Karat daran; er muß daher so viele Mark oder Karat von der schlechteren Qualität nehmen, als die bessere mehr Karat hat, als die Mittelsorte, also 2 Karat oder 2 Mark von der schlechteren Sorte; und eben so muß er so viele Mark oder Karat von der besseren Qualität nehmen, als die schlechtere weniger Karat hat, als die Mittelsorte, also 3 Mark oder 3 Karat. Es kommt zu dieser Mischung sonach zu je 3 Mark 20 kar. Gold immer 2 Mark 15 kar. Gold.

Auf andere Weise: Vergleicht man die bessere Sorte also das 20 kar. Gold mit der verlangten Mittelsorte, also mit dem 18 kar., so sieht man, daß erstere um 2 Karat besser ist, als die Mittelsorte; man muß daher 2 Mark von der schlechteren Sorte nehmen, um dieses Mißverhältniß auszugleichen. Die schlechtere Sorte, also das 15 kar. Gold, ist um 3 Karat zu schlecht; zur Ausgleichung des Mißverhältnisses muß man daher 3 Mark von der besseren Sorte nehmen; daher kurz: 2 Mark von der schlechteren und 3 Mark von der besseren Sorte.

Aus Obigem ergiebt sich nun folgendes: In diesen Rechnungen müssen die vorhandenen Sorten gegen die Mittelsorte verglichen werden, und der höhere Gehalt der einen muß den niedern Gehalt der andern ausgleichen.

Diese Ausgleichung kann aber dadurch geschehen, daß man so viele Einheiten, als die bessere Sorte im Vergleich zu der vorhandenen Mittelsorte zu gut ist, von der geringeren Sorte nimmt; so viele Einheiten dagegen, als die geringere Sorte im Vergleiche zur Mittelsorte zu schlecht ist, von der besseren Sorte hinzuthut.

Nun kürzer: Die bessere Sorte ist um 2 zu gut; denn 18 von 20 bleibt 2; die schlechtere Sorte ist um 3 zu gering, denn 15 von 18 bleibt 3; daher müssen immer zu 2 Mark von der schlechteren, 3 Mark von der besseren Sorte genommen werden.

Die Probe, woraus die Richtigkeit zu ersehen ist, kann leicht gemacht werden; z. B. Um 18 kar. Gold zu erhalten, nimmt man 3 Mark von der bessern und 2 von der schlechtern Sorte, also im Ganzen 5 Mark. 5 Mark enthalten dann $5 \times 18 = 90$ Karat fein Gold. Die 3 Mark von der bessern Sorte geben $3 \times 20 = 60$ Karat, die 2 Mark von der schlechteren $2 \times 15 = 30$ Karat. $60 + 30 = 90$ Karat fein Gold wie oben.

2. **Beispiel. Ein Weinwirth will aus 2 Sorten Wein, den Eimer zu 36 fl. und zu 18 fl., einen Wein mischen, wovon der Eimer 20 fl. kosten soll. Wie viel kann er von beiden Sorten nehmen?**

Berechnung. Wenn er 1 Eimer zu 36 fl. dazu verwendet, so verliert er daran 16 fl., weil der Eimer nur 20 fl. kosten soll; nimmt er aber 1 Eimer zu 18 fl., so gewinnt er daran 2 fl. Da nun die bessere Sorte um 16 zu gut, die schlechtere um 2 zu schlecht ist, so müssen 2 E. von der bessern und 16 E. von der schlechtern Sorte genommen werden, oder dies im kleinern Verhältnisse ausgedrückt: 1 Eimer von der bessern und 8 Eimer von der geringern Sorte.

3. Beispiel. Jemand will aus 2 Sorten Wein, wovon der Eimer der bessern Sorte 40 fl. und der schlechteren 32 fl. kostet, so mischen, daß der Eimer der Mischung 35 fl. kosten soll; wie viel von beiden Sorten gehört zu 10 Eimern?

Berechnung. Die bessere Sorte ist um 5 fl. zu gut, denn 35 von 40 bleibt 5, die schlechtere Sorte ist um 3 fl. zu schlecht, denn 32 von 35 bleiben 3; daher müssen immer 5 Eimer von der schlechteren und 3 Eimer von der besseren Sorte genommen werden, im Ganzen erhält man sonach 8 Eimer der Mischung. Wenn auf 8 Eimer der Mischung 5 Eimer von der schlechtern und 3 Eimer von der besseren Sorte kommen, so kommt auf 1 Eimer der Mischung $\frac{5}{8}$ Eimer der schlechteren und $\frac{3}{8}$ Eimer der bessern Sorte, auf 10 Eimer daher $10 \times \frac{5}{8} = \frac{50}{8} = 6\frac{1}{4}$ Eimer der schlechteren und $10 \times \frac{3}{8} = \frac{30}{8} = 3\frac{3}{4}$ Eimer der besseren Sorte. $6\frac{1}{4} + 3\frac{3}{4}$ E. = 10 Eimer.

44) 2 Sorten feines Mehl, die eine die Maß zu $7\frac{1}{2}$ kr., die andere die Maß zu 9 kr. sollen so vermischt werden, daß 1 Maß zu 8 kr. verkauft werden kann; wie viel muß man von jeder Sorte nehmen?

45) Jemand will seinen guten Haber, von dem der Schffl. 6 fl. werth ist, mit dem schlechten à Schffl. 4 fl. vermengen, um eine Sorte zu gewinnen, von der der Schffl. um $5\frac{1}{2}$ fl. verkauft werden kann; wie viel von jeder Sorte muß er zur Mischung nehmen?

46) Von einer Waare kostet 1 ℔ 18 kr., von einer anderen gleichartigen 25 kr.; wie viel von beiden muß man mischen, wenn das ℔ 20 kr. werth sein soll?

47) Durch die Verbindung von 18 karatigem Golde mit 22 karatigem will man 19 karatiges erhalten; wie viel von beiden erstgenannten Sorten muß hiezu genommen werden?

48) Ein Silberarbeiter will aus 15 und 9 löthigem Silber 30 Mark 11 löthiges Silber machen; wie viel Mark braucht er hiezu von dem 15 löthigem, und wie viel von dem 9 löthigen?

49) Zweierlei Erdäpfel sollen gemischt werden. Der Metzen der bessern Sorte kostet 36 kr., der Metzen der schlechtern Sorte 24 kr. Wie

viele Metzen müssen von jeder Sorte genommen werden, wenn der Metzen der Mischung 29 kr. kosten soll?

50) Zu einer Mischung von 6 Eimern Wein sollen zweierlei Weine genommen werden, wovon die Maß 30 kr. und 18 kr. kostet. Wie viel braucht man von jeder Sorte, wenn die Maß des Mischlings 28 kr. kosten soll?

51) A hat 2 Sorten Wein; die Flasche der einen kostet 6 Sgr., die Flasche der andern 13 Sgr. Er will aus beiden eine Sorte mischen, von welcher die Flasche 8 Sgr. kosten soll; wie viel muß er von jeder Sorte nehmen?

---

7) Bestimmung des Quantums eines nach dem Werthe bezeichneten Bestandtheiles zur Mischung (aus dem Quantum und der Qualität der anderen Bestandtheile.)

1. Beispiel. Zu 24 Quart Spiritus à 10 Sgr. ist eine Quantität Wasser gegossen worden, so daß nun das Quart auf 9 Sgr. zu stehen kam. Wie viel Quart Wasser wurden hinzugethan?

Berechnung. 24 Quart à 10 Sgr. kosten 24 $\times$ 10 Sgr.; für 24 Quart à 9 Sgr. bekommt man aber nur 24 $\times$ 9 Sgr., also 24 Sgr. zu wenig. Damit nun aber diese 24 Sgr. nicht verloren werden, so müssen die 24 Quart Spiritus mit so viel Quart Wasser vermengt werden, als 9 in 24 enthalten ist, also mit $2\frac{2}{3}$ Quart Wasser.

Auf andere Weise: 24 Quart à 10 Sgr. kosten 24 $\times$ 10 $=$ 240 Sgr. Sollen diese durch den Preis von 9 Sgr. à Quart einkommen, so sind so viele Quart hiezu nöthig, als 9 in 240 enthalten sind, also $26\frac{2}{3}$ Quart. Es müssen demnach unter die 24 Quart Spiritus $2\frac{2}{3}$ Quart Wasser gegossen werden.

Probe: 24×10 Sgr. $= 240$ Sgr. $24 + 2\frac{2}{3} = 26\frac{2}{3}$ Quart à 9 Sgr.; diese machen $26\frac{2}{3} = \frac{80}{3} \times 9 = \frac{720}{3} = 240$ Sgr.

2. Beispiel. Wie viel Zusatz ist zu 3 Mark feinen Goldes nöthig, wenn das Gold nur 18 karatig werden soll?

Berechnung. 3 Mark fein Gold $= 3 \times 24 = 72$ Karat fein Gold. Da nun das Gold 18 karatig werden soll, so reichen die 72 Karat f. G. zu so viel Mark 18 kar., als 18 in 72 enthalten ist; $18 : 72 = 4$, also zu 4 Mark 18 kar. Gold. Damit nun aus 3 Mark f. G. 4 Mk. 18 kar. werden können, so ist hiezu 1 Mark Zusatz nöthig.

3. Beispiel. Wie viel Maß Wein à 15 Sgr. muß man unter 60 Maß Wein à 20 Sgr. mischen, damit die Mischung 18 Sgr. werth ist?

Berechnung. Die Sorte à 20 Sgr. ist um 2 Sgr. zu gut, die Sorte à 15 Sgr. aber um 3 Sgr. zu gering; daher müssen immer 3 Maß von der bessern und 2 Maß von der geringern Sorte genommen werden. Zu 60 Maß der bessern Sorte oder 20 × 3 Maß, müssen daher auch 20 × 2 = 40 Maß der geringeren Sorte genommen werden.

52) Wie viel Wasser darf man unter 60 Maß Wein à 40 kr. gießen, wenn die Maß nur 30 kr. kosten soll?

53) Wie viel Zusatz ist zu 20 Mark feinen Silbers nöthig, wenn das Silber nur 12 löthig sein soll?

54) Wie viel Wasser muß man unter 50 Maß Wein zu 45 kr. mischen, wenn man die Maß zu 30 kr. verkaufen will?

55) Wie viel Quart Wein zu 40 kr. muß man unter 90 Quart à 48 kr. mischen, damit die Maß der Mischung 45 kr. werth ist?

56) Wie viel Tabak, das ℔ zu 36 kr. muß zu 24 ℔ à 45 kr. gemischt werden, damit das ℔ der Mischung 42 kr. werth ist?

57) Es soll aus 10 Mark feinen Goldes durch Zusatz 20 karatiges Gold gemacht werden; wie viel Zusatz ist hiezu nöthig?

58) Aus 8 Mark 14 löthigen Silber soll durch Beimischung von Kupfer 10 löthiges Silber gemacht werden; wie viel Kupferzusatz ist erforderlich?

Bemerk. Weiter, als so weit, braucht wohl das Kopfrechnen bei der Alligationsrechnung nicht geführt zu werden.

Zifferrechnen.

1) Bestimmung der Qualität der Mischung (aus der Menge und dem Werthe der zu mischenden Dinge.)

(Siehe die Vorbemerkung beim Kopfrechnen.)

1. Beispiel. In den preussischen Thalern befindet sich auf 3 Loth Silber 1 Loth Kupfer; wie viel löthig sind daher die preuss. Thaler?

Die hier zu beantwortende Frage ist: Wie viel Loth reinen Silbers befinden sich in 1 Mark oder 16 Loth Mischung, wenn unter 4 Loth Mischung 3 Loth rein Silber ist?

a) nach dem Dreisatze:

$$\frac{3 \times 16}{x \text{ Lth.?} \quad 4} = 12 \text{ löthig.}$$

b) nach der Proportionsrechnung:

$4 : 16 = 3$ Lth. : x Lth. r. S. $= 12$ löthig.

2. Beispiel. Ein Stück Silber wiegt $13\frac{3}{4}$ Mark und hält $11\frac{5}{8}$ Mark feines Silber; wie viel löthig ist das Silber?

Die hier zu beantwortende Frage heisst: Wie viel Loth feinen Silbers enthält 1 Mark oder 16 Loth Mischung, wenn $13\frac{3}{4}$ M. Mischung $11\frac{5}{8}$ Mark f. S. enthält?

a) Nach dem Dreisatze: $13\frac{3}{4} = \frac{55}{4}$ Mark Misch.; $11\frac{5}{8} = \frac{93}{8}$ M. f. S.

$$\frac{\frac{93}{8} \times 16}{\text{Lth. f. S.?} \quad \frac{55}{4}} = \frac{744}{55} = 13\frac{29}{55} \text{ löthig.}$$

b) Nach der Proportionsrechnung:

$\frac{55}{4} : 16 = \frac{93}{8}$: x Lth. f. S. $= 13\frac{29}{55}$ löthig.

3. Beispiel. Ein silbernes Kaffee-Service wiegt $6\frac{1}{2}$ Mark, enthält aber nur $4\frac{3}{4}$ Mark feinen Silbers; wie viel löthig ist es?

Die zu beantwortende Frage heisst: Wie viel Loth f. S. sind in 16 Loth Mischung, wenn in $6\frac{1}{2}$ Mk. Mischung $4\frac{3}{4}$ Mk. f. S. sich befinden? $6\frac{1}{2} = \frac{13}{2}$ Mk. Misch., $4\frac{3}{4} = \frac{19}{4}$ Mk. f. S.

a) Nach dem Dreisatze:

$$\frac{\frac{19}{4} \times 16}{\text{Lth. f.?} \quad \frac{13}{2}} = \frac{152}{13} = 11\frac{9}{13} \text{ Mk. f. Silber.}$$

b) Nach der Proportionsrechnung.

$\frac{13}{2} : 1 = \frac{19}{4}$: x M. f. S. $= \frac{19}{26}$ Mk. f. S. $= 11\frac{9}{13}$ Lth. f. S.

c) Nach dem Kettensatze:

S. f. L. ?	16 Lth. Misch.
Lth. 16	1 Mk.
Mk. $\frac{13}{2}$	$\frac{19}{4}$ Mk. f. S.
Mk. 1	16 Lth.
	$11\frac{9}{13}$ löth.

4. Beispiel. Zu 50 ℔ Kaffee à 28 kr. setzt man 100 ℔ Kaffee à 22 kr.: wie hoch kommt 1 ℔ dieses Kaffees.

Die 50 ℔ K. à 28 kr. k.	$50 \times 28 = 1400$ kr.	= 23 fl. 20 kr.
Die 100 „ „ „ 22 „ „	$100 \times 22 = 2200$ kr.	= 36 „ 40 „
Die 150 ℔ K. kosten daher	....	60 fl. — kr.

Die Frage ist nun: Wenn 150 ℔ 60 fl. kosten, wie hoch kommt 1 ℔?

Antwort: Den 150. Theil von 60 fl.

$150 : 60 = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ fl. $= 24$ kr.

5. Beispiel. Wie viel löth. Silber erhält man, wenn man $10\frac{1}{2}$ Mark 14 löthiges, 14 Mark 13 löthiges und 7 Mark 9 löthiges Silber zusammen schmilzt?

$10\frac{1}{2}$ M. 14 löth.	$= 10\frac{1}{2} \times 14$ Lth.	= 147 Lth. fein. Silb.
14 „ 13 „	$= 14 \times 13$ „	= 182 „ „ „
7 „ 9 „	$= 7 \times 9$ „	= 63 „ „ „
$31\frac{1}{2}$ Mark Mischung enthalten daher		392 Lth. f. S.

Nun muss die Frage beantwortet werden:

Wie viel Loth f. S. enthält 1 Mark Mischung, wenn $31\frac{1}{2}$ Mk. Mischung 392 Loth f. S. enthalten?

$31\frac{1}{2}$ Mk. $= 31\frac{1}{2} \times 16$ Lth. $= 504$ Lth.

a) Nach dem Dreisatze:

S. f. Lth.? $\frac{392 \times 16}{504} = 12\frac{4}{9}$ löthig.

b) Nach der Proportionsrechnung:

$31\frac{1}{2} : 1 = 392 : x$ Lth. f. S.

$= 12\frac{4}{9}$ löthig.

59) In den Ducaten befindet sich auf 71 Theile feines Gold 1 Theil Zusatz; wie viel karatig ist demnach das Dukatengold?

60) Eine Stange Gold wiegt 13 Mark 20 Karat und enthält 12 Mark 8 Karat fein Gold. Wie viel hält die Mark fein Gold?

61) Man schmelzt $\frac{1}{2}$ Mark 8 löthiges, $1\frac{1}{2}$ Mark 12 löthiges und $1\frac{1}{2}$ Mk. feines Silber zusammen; wie viel löthiges Silber hat man?

62) Zu 80 Mass Essig à 8 kr. werden, weil er zu scharf ist, 8 Mass Wasser gegossen; wie theuer ist die Mass des verdünnten Essigs zu verkaufen?

63) Jemand mischt folgende Weine: 6 Mass à 24 Silbergroschen, 4 Mass à 18 Sgr., 6 Mass à 8 Sgr., und 12 Mass à 6 Sgr.; wie viel Sgr. wird die Mass des gemischten Weines kosten?

64) Es werden 12 Mark $10\frac{1}{2}$ löthiges, 16 Mk. $12\frac{1}{4}$ löthiges und 28 Mk. 14 löth. Silber zusammengeschmolzen, wie viel löthig wird die gemischte Masse?

65) Ein Kaufmann mengt 3 Sorten Kaffee, wovon 1 ℔ der besten Sorte 36 kr., ein ℔ der Mittelsorte 27 kr. und ein ℔ der geringen Sorte 24 kr. kostet; was ist 1 ℔ der Mischung werth?

66) Ein Kaufmann hat 8 Ctr. Tabak à 55 Thlr. und 8 Ctr. à 33 Thlr.; er vermengt beide Sorten mit einander; wie theuer kann er den Ctr. verkaufen?

67) Zu 2 Mark 15 löthigem, 9 Mark 14 löth. und 3 Mk. 13 löth. Silber nimmt ein Silberarbeiter 1 Mark Kupfer; wie viel löthig wird die Mischung?

68) Es wurden vermengt: 20 ℔ à 24 kr., 35 ℔ à 16 kr., 48 ℔ à $11\frac{1}{2}$ kr. und 97 ℔ à 8 kr.; wie viel kostet das ℔ der Mischung?

69) Es werden zusammengegossen 20 Kannen Spiritus à 64 Grad, 84 Kannen à 52 Grad, 72 Kannen à 60 Grad, 40 Kannen à 50 Grad und 36 Kannen Wasser; wie viel Grad hält die Mischung?

70) Ein Kaufmann mischt 140 ℔ Tabak à 10 Sgr.; 160 ℔ à 8 Sgr. und 80 ℔ à 7 Sgr.; wie theuer kann er das ℔ der Mischung verkaufen?

71) Ein Goldschmied hatte 11 Mark 12 löthiges, 11 Mark 13 löthiges und 11 Mark 14 löthiges Silber und schmelzt solches zusammen mit 6 Mark Kupfer; wie viel löthig wird dieses Silber?

72) Aus der feinen Mark Silber werden 20 fl. Conventionsmünze geprägt. Wenn nun 35 Zwanzigerstücke auf 1 rauhe Mark gehen; welchen Gehalt haben die Zwanzigkreuzerstücke?

73) Ein Kaufmann mengt viererlei Sorten Tabak unter einander, nämlich: 50 ℔ à 1 fl. 4 kr, 36 ℔ à 56 kr., 30 ℔ à 48 kr. und 22 ℔ à 44 kr.; was ist das ℔ dieses Gemenges werth?

2) Bestimmung der Qualität der ganzen Masse des legirten Goldes oder Silbers (aus dem Gewichte der ganzen Masse und aus der Qualität der Mark.)

1. Beispiel. Wie viel Silber und wie viel Zusatz enthält ein Barren, welcher 10 Mark wiegt und 13 löthig ist?

Berechnung: 10 × 13 = 130 Loth feines Silber.
10 × 3 = 30 Loth Zusatz.

Die Richtigkeit dieser Rechnung ist leicht einzusehen; denn da in jeder Mark 13 Loth Silber und 3 Loth Zusatz sind, so müssen in 10 Mark 10 × 13 Loth Silber und 10 × 3 Loth Zusatz sein.

Auf andere Weise:

10 Mark feines Silber = 10 × 16 =	160 Loth.
Der Zusatz bei 13 löth. Silbes beträgt bei 1 Mark 3 Loth, bei 10 Mark daher 10 × 3 Loth =	30 Loth.
Ziehe ich die 30 Loth Zusatz ab, so bleiben an feinem Silber	130 Loth.

2. Beispiel. Wie viel Gold und wie viel Zusatz enthalten 5 Mark 22 Karat 9 Grän 22 karatiges Gold?

Berechnung. 5 Mark 22 Kar. 9 Grän = $5\frac{91}{96}$ Mk.
$5\frac{91}{96} \times 22 = 130$ Karat $10\frac{1}{4}$ Gr. = 5 Mk. 10 Kar. $10\frac{1}{4}$ Gr.

Da in jeder Mark Gold 22 Karat enthalten sind, so müssen in 5 Mk. 22 Kar. 9 Grän = $5\frac{91}{96}$ Mk. $22 \times 5\frac{91}{96}$ Karat enthalten sein. (Um die 22 Kar. 9 Grän in einen Bruch von einer Mark zu verwandeln, sagt man 22 Kar. = $\frac{22}{24} = \frac{11}{12}$ Mk. 9 Grän = $\frac{9}{288}$ Mark, weil 288 Grän auf eine Mark gehen. Zählt man nun beide Brüche, nämlich $\frac{11}{12} + \frac{9}{288}$ Mk. zusammen, so giebt dies $\frac{91}{96}$ Mark.)

Auf andere Weise: Man kann die 22 Kar. 9 Grän auch zerlegen und hierdurch die Rechnung herstellen.

1 Mark enthält 22 Kar. f. Gold, 5 Mk. enthalten daher $5 \times 22 =$	110 Karat		
12 Kar. oder $\frac{1}{2}$ Mk. enthalten die Hälfte von 22 Kar. $=$	11	„	
6 Kar. enthalten die Hälfte hievon $=$	5	„	6 Grän.
3 „ „ „ „ „ $=$	2	„	9 „
1 „ „ $\frac{1}{3}$ „ $=$	—	„	11 „
6 Grän od. $\frac{1}{2}$ Kar. enth. die Hälfte hievon			$5\frac{1}{2}$ „
3 „ „ $\frac{1}{2}$ „ „ „ „ „			$2\frac{3}{4}$ „
5 Mk. 22 Kar. 9 Grän enthalten wie oben	130 Kar.		$10\frac{1}{4}$ Grän.

74) Wie viel fein Silber enthält ein Barren 12 löthiges Silber, der 98 Mark $10\frac{1}{2}$ Loth schwer ist?

75) Spanische Piaster werden in Hamburg gewöhnlich nach dem Gewicht verkauft. Wenn man nun das Silber zu 14 Loth 6 Grän annimmt, wie viel Silber ist dann in 13 Mk. 12 Loth Piaster enthalten?

76) Wie viel feines Gold ist in einer Partie Ducaten enthalten, welche $23\frac{1}{2}$ karatig angenommen werden und 2 Mark $12\frac{1}{2}$ Loth wiegen?

---

3) **Bestimmung des Gewichts der ganzen Masse des legirten Goldes oder Silbers** (aus der Qualität der rauhen Mark und der Qualität der ganzen Masse.)

Hier ist zu merken: So oft die Qualität der rauhen Mark in der Qualität der ganzen Masse enthalten ist, so viel hat man rauhe Mark.

Beispiel. Man hat einen Silberbarren von 35 Mark feinen Silbers. Wie viel 14 löthiges kann man daraus machen?

Berechnung: 35 Mk. $= 35 \times 16 = 560$ Loth.
$14 : 560 = 40$ Mk.

Man kann sonach 40 Mark 14 löthiges Silber daraus machen.

Auf andere Weise:

Zu $\frac{7}{8}$ Mk. kommt $\frac{1}{8}$ Mk. Zusatz, oder zu 7 Mk. 1 Mark. Zu 35 Mk. $= 5 \times 7$ Mk. kommen daher $5 \times 1 = 5$ Mark Zusatz. 35 Mk. f. S. und 5 Mk. Zusatz $= 40$ Mk. 14 löth. S.

Auf eine dritte Weise durch die Kettenrechnung:

14 löth. S. Mk. ?	35 Mk. fein. S.
1	16 Lth. fein
14	1 Mk. 14 löth. S.
	40 Mk. 14 löthiges Silber.

Auf eine vierte Weise durch die Proportionsrechnung:

14 : 16 = 35 : x Mark = 40 Mark 14 löthiges Silber.

77) Wie viel 12 löthiges Silber kann man aus 13 Mk. 12 Loth feinen Silbers machen?

78) In einer Stange 20 karatigen Goldes sind 4 Mark feinen Goldes enthalten; wie viel wiegt sie?

79) In einem Barren 13 löthigen Silbers sind 22 Mk. 8 Loth feinen Silbers enthalten; wie schwer wiegt er?

80) Wie viel 21 karatiges Gold kann man aus 15 Mark 6 Karat feinen Goldes machen?

81) Wie viel muss ein Silberbarren rauh wiegen, zu dem man 6 Mk. 10 Loth feines Silber nimmt, das man durch Zusatz 13 löthig macht?

82) Ein Stück hält 3,6 Kilogramme feines Gold, und sein Gehalt ist 0,800. Wie viel beträgt das rauhe Gewicht? (Bem. 1 Kilogramm f. G. enthält 1000 Grammen. In dieser Aufgabe hält der Feingehalt in 1 Kilogramm 800 Grammen. Der Ansatz nach der Proportionsrechnung ist daher: 800 : 1000, wie 3,6 : x Kilogr. Bei der Kettenrechnung fragt man: Wie viel Kilogr. rauhen Gewichts betragen 3,6 Kilogramme fein. Goldes, wenn 800 Gr. f. G. 1000 Gr. mit dem Zusatze betragen?

---

4) Bestimmung des Werthes des feinen aus dem Werthe des legirten Goldes und Silbers und umgekehrt des legirten aus dem Werthe des feinen etc.

1. Beispiel. Wenn die Mark feinen Silbers $24\frac{1}{3}$ fl. süddeutsche Währ. kostet, wie hoch kommt dann die Mark 12 löthiges Silber?

Berechnung: Der Zusatz wird nicht gerechnet; daher ist bloss zu berechnen, wie viel 12 Loth feines Silber kosten, wenn 16 Loth mit $24\frac{1}{3}$ fl. bezahlt werden.

südd. W. fl. ?	12 Lth.
16	$24\frac{1}{3}$ fl.
	$18\frac{1}{4}$ fl. südd. W.

Oder: 16 : 12 = $24\frac{1}{3}$:x fl. s. W. = $18\frac{1}{4}$ fl. südd. W.

2. Beispiel. Wie hoch kommen 15 Mark 14 löth. Silber, wenn die feine Mark $13\frac{2}{3}$ preuss. Thlr. kostet?

Berechnung: Da 1 Mark 14 löth. S. 14 Loth feines Silber enthält, so enthalten 15 Mark

$15 \times 14 = 210$ Lth. = $13\frac{1}{8}$ Mk. fein Silber.

Wenn 1 Mk. f. S. $13\frac{2}{3}$ pr. Thlr. kostet, so kost. diese $13\frac{1}{8}$ M.:

$13\frac{1}{8} \times 13\frac{2}{3}$ pr. Thlr. = $179\frac{3}{8}$ Thlr. pr.

Berechnung nach dem Kettenansatze:

Thlr. pr. ?	15 Mk.
Mk. 1	14 l. S.
l. S. 16	$13\frac{2}{3}$ Thlr. pr.
	$179\frac{3}{8}$ Thlr. pr.

Je mehr Mark Silher und je mehr Lothe feinen Silbers in der Mark enthalten sind, desto mehr preuss. Thlr.; daher gehören die 15 Mark 14 löth. S. als wirkende Ursachen zusammen.

Berechnung durch den Proportionsansatz:

1 : 15 Mk. = $13\frac{2}{3}$: x Thlr. pr. = $179\frac{3}{8}$ Thlr. pr.
16 : 14 Lth.

15 Mark kosten mehr als 1 Mark, daher ist das Verhältniss steigend; 14 löth. Silb. kostet weniger als 16 löth., daher ist das Verhältniss fallend.

3. Beispiel: Was kostet die Mark feinen Silbers, wenn die Mark $12\frac{1}{2}$ löth. 19 fl. $4\frac{1}{2}$ kr. rhein. kostet?

Berechnung

a) Nach der Kettenrechnung: 19 fl. $4\frac{1}{2}$ kr. = $1144\frac{1}{2}$ kr.

rhn. fl. ?	16 Lth. f. S.
$12\frac{1}{2}$	$1144\frac{1}{2}$ kr.
60	1 fl.
	24 fl. $24\frac{24}{25}$ kr.

b) Nach der Proportionsrechnung:

$12\frac{1}{2}$: 16 Lth. f. = $1144\frac{1}{2}$ kr. : x = $1464\frac{24}{25}$ kr. = 24 fl. $24\frac{24}{25}$ kr.

4. Beispiel. Wie theuer kommt die Mark feinen Silbers zu stehen, wenn 6 Mark 8 Lth fein. Silb. 89 Thlr. $27\frac{1}{2}$ Sgr. k.?

Berechnung. Wenn $6\frac{1}{2}$ Mk. 89 Thlr. $27\frac{1}{2}$ Sgr. kosten, so muss eine Mark so viel kosten, als $6\frac{1}{2}$ in 89 Thlr. $27\frac{1}{2}$ Sgr. enthalten sind.

$6\frac{1}{2}$: 89 Thlr. $27\frac{1}{2}$ Sgr. = 13 Thlr. 25 Sgr. preuss.

5. Beispiel. Was kostet die rauhe Mark 12 löth. Silb., wenn ein Barren, welcher 18 Mark 12 Lth. feines Silber enthält, $248\frac{1}{4}$ Thlr. preuss. gekostet hat?

Berechnung a) nach der Kettenrechnung:

pr. Thlr.?	1 Mk.
Mk. $18\frac{3}{4}$	12 löth. S.
löth. S. 16	$248\frac{1}{4}$ Thlr. pr.
	9 Thlr. $27\frac{9}{10}$ Sgr.

b) Nach der Proportionsrechnung:

$18\frac{3}{4} : 1 = 248\frac{1}{4} : x$ Thlr. = 9 Thlr. $27\frac{9}{10}$ Sgr.
16 : 12

83) Wie theuer kommt die Mark 13 löthiges Silber, wenn die feine Mark $13\frac{2}{3}$ Rthlr. preuss. kostet?

84) Wie hoch kommt die Mark $20\frac{3}{4}$ karatiges Gold, wenn die Mark feinen Goldes, auf $315\frac{1}{3}$ fl. rhein. zu stehen kommt?

85) Wie viel kostet ein Barren von 42 Mark 14 löthigem Silber, wenn die Mark feinen Silbers in Hamburg zu 27 Mk. 10 Schll. Banco berechnet wird?

86) Jemand hat ein Stück Silber, dessen rauhes Gewicht 5 Mark 12 Loth beträgt. Die rauhe Mark hält 13 Loth feines Silber und $2\frac{1}{2}$ Karat Gold. Die feine Mark Silber kostet 13 Thlr. 25 Sgr. pr., die feine Mark Gold 208 Thlr. pr. Wie viel ist das Stück werth?

87) Die Mark 18 karatiges Gold kommt auf 228 fl. 45 kr. zu stehen; was kostet die Mark $23\frac{1}{2}$ karatiges?

88) Zu welchem Preise ist die Mark feinen Goldes gerechnet, wenn man für $9\frac{1}{2}$ Loth 69 Thlr. 10 Sgr. preuss. bezahlt hat?

89) 14 Mark 2 Loth legirten Silbers werden mit 253 fl. 12 kr. bezahlt, was kostet die Mark?

90) Was kostet die Unze Standardgold, wenn 2 Unzen 7 Penny 12 Grains mit 9 Liv. Sterl. bezahlt werden?
(Siehe die nöthige Erklärung in der Einleitung S. 97.)

91) Was kostet in den Niederlanden das Pond Gold von 920 Tausendtheilen, wenn das feine Gold, (1000 Tausendtheilchen) welches zum festen Preise von $1442\frac{3}{5}$ fl. holl. gekauft wird, 14 % Agio giebt?

92) Welches ist der Werth von einer Masse Silber, die 24 Mark $10\frac{1}{2}$ Loth wiegt und $14\frac{1}{2}$ löth. ist, wenn die Mark feinen Silbers zu 14 Thlr. pr. gerechnet wird?

93) Was kostet die Mark fein Gold, wenn ein Barren von 10 Mark

12 Lth. Gold à 21 Karat 9 Grän fein mit 2109 Thlr. 5 Sgr. $6\frac{3}{16}$ Pfennig preuss bezahlt wird?

94) Eine silberne Dose wog $\frac{5}{8}$ Pfund und war 14 löthig; welchen Silberwerth hatte die Dose, wenn die Mark feinen Silbers zu 20 fl. Conv.-Münze berechnet wird?

---

5) Bestimmung des Werthes eines der Bestandtheile (aus dem Werthe der andern zu mischenden Dinge und aus dem Werthe der Mischung.)

1. Beispiel. Zu 120 Mass Wein à 48 kr. werden 90 Mass einer geringeren Sorte gemischt, so dass die Mass der Mischung 42 kr. kostet; wie theuer war das Quart der bessern Sorte?

Berechnung: Das Quantum der Mischung beträgt

$120 + 90 = 210$ Mass.

1 Mass der Mischung kostet 42 kr. $= \frac{7}{10}$ fl., 210 Mass kosten daher

$210 \times \frac{7}{10}$ fl. $= \frac{1470}{10}$ fl. $= 147$ fl.

Die 120 Mass des Weins à 48 kr. $= \frac{4}{5}$ fl. betragen

$120 \times \frac{4}{5}$ fl. $= \frac{480}{5} = 96$ fl.

Zieht man die 96 fl. für die 120 Mass à 48 kr. von den 147 fl. ab, so bleibt Rest $147 - 96 = 51$ fl. für die 90 Mass der geringeren Sorte. Wenn nun 90 Mass 51 fl. kosten, was kostet 1 Mass? Antw. Den 90. Theil von 51 fl.

$90 : 51 = \frac{51}{90}$ fl. $= \frac{17}{30}$ fl. $= 34$ kr.

Probe: 120 Mass à $\frac{4}{5}$ fl. k. $120 \times \frac{4}{5} = \frac{480}{5} = 96$ fl.
90 Mass à 34 kr. k. $90 \times 34 = 3060 = 51$ fl.

Die 210 Mass kosten daher .... 147 fl., also gerade so viel, als die 210 Mass der Mischung à 42 kr.

2. Beispiel. Zu 84 Quart Wein à 6 Sgr. sollen 36 Quart einer bessern Sorte gemischt werden, so dass das Quart der Mischung 8 Sgr. kostet; wie theuer muss das Quart der bessern Sorte sein?

Berechnung. Es wurden gemischt

$84 + 36 = 120$ Quart Wein.

1 Quart der Mischung kostet 8 Sgr., wie viel 120 Quart?

$120 \times 8 = 960$ Sgr. $= 32$ Thlr.

84 Quart à 6 Sgr., wie viel kosten sie?
$84 \times 6 = 504$ Sgr. $=$ 16 Thlr. 24 Sgr.

Nun zieht man von den 960 Sgr., welche die 120 Quart der Mischung kosten, die 504 Sgr. für die 84 Quart à 6 Sgr. ab, es bleiben als Rest 456 Sgr. für die 36 Quart der bessern Sorte. Was kostet nun 1 Quart, wenn 36 Q. 456 Sgr. kosten?
$36 : 456 = 12\frac{24}{36} = 12\frac{2}{3}$ Sgr.

95) 10 Ctr. 98 Pfd. Carolina-Reis à $11\frac{1}{2}$ Thlr. pr. Centner werden mit 3 Ctr. Java-Reis vermischt, und der Centner der Mischung kostet 10 Thlr. $9\frac{1}{2}$ Sgr. Wie theuer ist der Java-Reis?

96) Jemand will 100 Mass Wein à 50 kr. haben und dazu 80 Mass à 54 kr. und eine geringere Sorte nehmen, wie viel muss die Mass dieser geringeren Sorte kosten?

97) 40 Quart Branntwein zu 25 % werden mit 65 Quart besserem vermischt, und die Mischung hält nun 32 %; wie viel % hielt die bessere Sorte?

98) Jemand braucht 50 Mark 10 löthiges Silber und will, um solches zu erhalten, 30 Mark $7\frac{1}{2}$ löthiges mit einer bessern Sorte vermischen; wie viel löthig muss diese sein?

99) Man hat 20 Quart Spiritus von 72 Grad und 30 Quart von 54 Grad mit 40 Quart einer geringeren Sorte vermischt, so dass die Mischung 50 Grad hielt. Wie viel Grad hielt die geringere Sorte?

100) Ein Kaufmann will 60 ℔ Tabak, das ℔ zu $9\frac{1}{3}$ Sgr. mit einer geringeren Sorte so vermischen, dass er 80 ℔ erhält und das ℔ zu 7 Sgr. verkaufen kann. Wie theuer ist das ℔ der geringern Sorte?

101) Durch Zusatz von Kupfer waren aus 24 Mark besseren Silbers $25\frac{1}{2}$ Mark 10 löthiges Silber geworden. Welchen Feingehalt hatte das bessere Silber?

102) Zu einem 9 Mark schweren Pokal von $14\frac{1}{3}$ löthigem Silber werden $3\frac{1}{8}$ Mark $13\frac{1}{2}$ löthiges Silber, $2\frac{5}{8}$ Mark $14\frac{1}{2}$ löthiges und noch eine dritte Sorte geliefert; wie viel löthig wird die letztere Sorte sein?

103) Ein Kaufmann vermengte 480 ℔ Kaffee à 35 kr. mit 560 ℔ einer bessern Sorte, und verkaufte das ℔ des so vermengten Kaffees für $38\frac{1}{2}$ kr.; wie theuer war die bessere Sorte?

6) Bestimmung der Quantitäten der Mischungssorten (aus der Qualität und Quantität der Mischung und der Qualität der Mischungssorten.

1. Beispiel. Aus feinem und aus 9 löthigem Silber soll durch Mischung 14 löthiges erzeugt werden; wie viel braucht man von jeder Sorte zu 12 Mark?

Vorbemerk. Wie aus der Erklärung bei dem 1. Beispiel fürs Kopfrechnen, worauf hier verwiesen werden muss, hervorgeht, müssen die vorhandenen Sorten mit der Mittelsorte verglichen werden und hierauf muss der höhere Werth der einen mit dem niederern Werthe der andern dadurch ausgeglichen werden, dass man so viele Einheiten, als die bessere Sorte im Vergleiche zur verlangten Mittelsorte zu gut ist, von der geringeren Sorte nimmt; so viele Einheiten aber, als die geringere Sorte im Vergleiche zur Mittelsorte zu gering ist, von der bessern Sorte abzieht. Die Unterschiede zwischen den Mischungssorten und der mittleren Sorte stehen daher im umgekehrten Verhältnisse mit den Werthen der zu mischenden Dinge.

Berechnung: Um zu erfahren, wie viel das feine oder 16 löthige Silber gegen die Mischung, also gegen das 14 löthige, zu gut ist, muss ich mich der Subtraction bedienen: $16 - 14 = 2$.

Das feine ist daher um 2 zu gut; das 9 löthige ist aber, wenn ich es mit der Mittelsorte vergleiche

$(14 - 9 = 5)$ um 5 zu gering. Es kommen daher immer zu 2 Theilen 9 löthigem 5 Theile 16 löthiges Silber; 5 und 2 = 7 Theile. Der 7. Theil von 12 Mark ist:

$7 : 12 = \frac{12}{7}$ Mark.

9 löthiges Silber	2 Theile	$= 2 \times \frac{12}{7} = \frac{24}{7} =$	$3\frac{3}{7}$ Mark
16 „ „	5 „	$= 5 \times \frac{12}{7} = \frac{60}{7} =$	$8\frac{4}{7}$ Mark.
		Summa	12 Mark.

2. Beispiel. Zu einer Mischung von 9 Eimer Wein, von welchem die Mass 20 kr. kosten soll, will man Weine nehmen, von denen die Mass 32 kr. und 16 kr. kostet. Wie viel muss man von jeder Sorte nehmen?

Berechnung. Die bessere Sorte kostet . . 32 kr.
die Mischung nur . . . . 20 „

die bessere Sorte ist daher um 12 kr. zu gut.

Die Mischung kostet 20 kr.
Die geringere Sorte . 16 „

Letztere ist daher um . 4 kr. zu gering.

Es müssen demnach zu 12 Theilen von der geringeren Sorte 4 Theile von der bessern Sorte genommen werden; 12 + 4 = 16 Theile. Der 16. Theil von 9 E. = $\frac{9}{16}$ Eimer.

12 Th. von der gering. S. = $12 \times \frac{9}{16} = \frac{108}{16} = 6\frac{3}{4}$ E.
4 „ „ „ bessern S. = $4 \times \frac{9}{16} = \frac{36}{16} = 2\frac{1}{4}$ „

9 Eimer.

3. Beispiel: Es sollen 2436 fl. in Kronen- und Conventionsthalern so bezahlt werden, dass die Anzahl der Geldstücke 1000 beträgt; wie viel braucht man von jeder Geldsorte?

Vorbemerk. Sollen 2436 fl. in 1000 Geldstücken theils Kronen- theils Conventionsthalern bezahlt werden, so ist der durchschnittliche Werth eines Geldstückes 2,436 fl. Daher heisst die Aufgabe: Wie viel Stück Kronenthlr. und Conv.-Thlr. muss man zu 1000 Geldstücken haben, wenn 1 Stück den Durchschnittswerth von 2,436 fl. hat?

1 Krthlr. = 2.700 fl., 1 Conv.-Thlr. = 2,400 fl.

1 Krthlr. à 2,700 fl. ist gegen 1 Stück
2,436 fl.

um 0,264 fl. zu gut.

Wenn 1 Stück 2.436 fl. werth ist, so hat dagegen
1 Conv.-Thlr. à 2,400 „ einen geringeren Werth

von . . . 0,036 fl.

Es müssen daher immer zu 0,036 Kronenthlr. 0,264 Conv.-Thlr. oder zu 36 Krthlr. 264 Conv.-Thlr. genommen werden. 36 + 264 = 300 Stück. Nun entstehen die Fragen:

1) Wenn zu 300 Stück 36 Krthlr. genommen werden müssen, wie viel dann zu 1000 Stück? und
2) Wenn zu 300 Stück 264 Conv.-Thlr. genommen werden müssen, wie viel dann zu 1000 Stück?

1) $\frac{36 \times 1000}{\text{Krthlr. ? } 300} = 120$ Krthlr.

2) $\frac{264 \quad 1000}{\text{Cvthlr. ? } 300} = 880$ Conv.-Thlr.

Summa wie oben 1000 Stück.

104) Ein Kaufmann mischt ein Quantum von 3 Ctrn. 20 Pfd. Kaffee, den Ctr. für 75 fl.; er nimmt dazu von einer Sorte, wovon das ℔ 48 kr. und von einer Sorte, wovon der Ctr. 66 fl. 40 kr. kostet; wie viel hat er von jeder Sorte zu nehmen?

105) Aus zwei Arten Frankenwein, wovon der Eimer des bessern $40\frac{2}{3}$ fl. und der Eimer des geringern $32\frac{1}{5}$ fl. kostet, will man eine Mischung machen, wovon der Eimer 36 fl. werth sein soll. Wie viel muss von jeder Art genommen werden?

106) Jemand hat zweierlei Silber: 10 löthiges und 14 löthiges und will $2\frac{1}{2}$ Mark 13 löthiges Silber haben; wie viel muss er von jeder Sorte zur Mischung nehmen?

107) Man will aus zwei Sorten Kaffee, das ℔ zu 36 kr. und 27 kr., 15 ℔ zusammenmengen, wovon das ℔ 30 kr. kostet; wie viel muss man von jeder Sorte nehmen?

108) Aus der Vermischung von 5 löthiger und 12 löthiger Soole waren 240 Mass $10\frac{1}{2}$ löthiger Soole entstanden; wie viel von jeder Sorte war genommen worden?

109) Die Conventionsthaler sind 13 Loth 6 Grän, die preussischen Thaler 12 Loth fein. Man will 1 Mark bayerisches Probesilber (13 Loth fein) aus Conventions- und preussischen Thalern zusammenschmelzen; wie viel Loth Conventions- und wie viel Loth preussische Thaler muss man zur Legirung nehmen?

110) Jemand hat 10 karatiges und 17 karatiges Gold; er will eine 15 karatige Mischung haben, die $1\frac{1}{2}$ Mark wiegen soll. Wie viele Karate muss er von jeder Sorte nehmen?

111) 700 Centner sollen aus zwei Bestandtheilen so zusammengesetzt werden, dass der Centner auf 24 fl. kommt. Wie viel muss man von jedem Bestandtheile nehmen, wenn der Ctr. des ersteren 33 fl. der Centner des zweiten 16 fl. kostet?

112) Ein Kaufmann hat zweierlei Tabak. Von der einen Sorte kostet das Pfd. 15 Silbergroschen, von der andern 7 Silbergroschen. Er will aus beiden Sorten eine Mischung von 50 Pfd. machen, so dass er das Pfd. zu 9 Silbergroschen verkaufen kann. Wie viel muss er von jeder Sorte nehmen?

113) In Wien ist das Probesilber 14 löthig, in Bayern 13 löthig; wie viel fein Silber und wie viel bayerisches Probesilber hat man zur Legirung nöthig, um $7\frac{1}{2}$ Mark österreichisches Probesilber zu erhalten?

114) Es sollen 264 fl. in Kronenthalern und Conventionsthalern so bezahlt werden, dass die Anzahl der Geldstücke 100 beträgt; wie viel muss man von jeder Geldsorte nehmen?

115) Ein Bauer will ein Gemenge von Weizen und Gerste machen, wovon der Scheffel 3 Thlr. zu stehen kommt. Wenn nun der Scheffel Weizen $3\frac{1}{2}$ Thlr., der Schffl. Gerste 2 Thlr. 10 Sgr. kostet, wie viel wird er dann zu 56 Scheffel von jeder Getreideart nehmen müssen?

116) Das Münzsilber zu Conventionsthalern ist 13 Loth 6 Grän, das preussische 12 Loth und das zu den neuen bayerischen Gulden 14 Loth 7,2 Grän fein. Wenn man nun von Münzsilber zu Conventionsthalern 15 Mark nöthig hätte, wie viel Münzsilber zu Gulden und preussischen Thalern müsste man in die Legirung nehmen?

117) Jemand erhielt 83 Thlr. 10 Sgr. in 20 Goldstücken, theils Friedrichsd'or, theils Ducaten. Wie viel Stück bekam er von jeder Münzsorte, wenn der Friedrichsd'or zu $5\frac{2}{3}$ Thlr. und der Ducat zu $3\frac{1}{6}$ Thlr. gerechnet wird?

118) 235 Thlr. werden durch 60 Goldstücke, Ducaten à $3\frac{1}{6}$ und Friedrichsd'or à $5\frac{2}{3}$ Thlr. bezahlt. Wie viel Ducaten und wie viel Friedrichsd'or müssen dazu genommen worden?

119) Es sollen 130 fl. in Kronenthalern à 2 fl. 42 kr. und preuss. Thlr. à 1 fl. 45 kr. so bezahlt werden, dass die Anzahl der Geldstücke 58 beträgt; wie viel muss man von jeder Geldsorte nehmen?

---

7) Bestimmung des Quantums eines nach dem Werthe bezeichneten Bestandtheiles zur Mischung (aus dem Quantum und der Qualität der andern Bestandtheile.)

1. Beispiel. Wie viel Wasser muss zu 72 Mass Spiritus genommen werden, der 75 Grad stark ist, wenn dieser bis auf 64 Grad verdünnt werden soll?

Berechnung: 72 Mass à 75 Grad enthalten
$72 \times 75 = 5400$ Grad.

Soll dieser Spiritus bis auf 64 Grad verdünnt werden, so müssen durch Zugiessung von Wasser aus den 72 Mass so viel Mass werden, als 64 in 5400 Gr. enthalten sind.

$64 : 5400 = 84\frac{3}{8}$ Mass. Zieht man hievon die
$\underline{72}$ Mass Spiritus ab, so ergiebt sich, dass
$12\frac{3}{8}$ Mass Wasser zugegossen werden müssen.

Auf andere Weise: 72 Mass à 75 Grad geben 72×75 Gr. = 5400 Gr. Die Mass der Mischung à 64 Grad enthält 11 Gr. weniger, dies macht bei 72 Mass

$72 \times 11 = 792$ Grade

weniger. Diese 792 Grad reichen aber noch zu so vielen Mass 64 grad. Spiritus, als 64 in 792 enthalten ist.

$64 : 792 = 12\frac{24}{64} = 12\frac{3}{8}$ Mass

```
64 : 792
     64
    ---
    152
    128
    ---
     24
```

Damit nun aus den 72 Mass 75 grad. Spir. 64 gradiger erzeugt werden könne, müssen diese 72 Mass Spir. durch $12\frac{3}{8}$ Mass Wasser verdünnt werden.

2. Beispiel. Wie viel Eimer à 24 fl. muss man zu 5 Eimer à 18 fl. hinzusetzen, um den Eimer der Mischung zu $21\frac{3}{4}$ fl. verkaufen zu können?

Berechnung: Um zu sehen, wie viel die bessere Sorte à 24 fl. gegen die Sorte der Mischung à $21\frac{3}{4}$ fl. zu gut ist, subtrahire man.

$24 - 21\frac{3}{4} = 2\frac{1}{4}$ fl. ist die bessere Sorte zu gut.

Wie viel ist die schlechtere Sorte à 18 fl. zu gering.

$21\frac{3}{4} - 18 = 3\frac{3}{4}$ fl. ist die schlechtere Sorte zu gering.

Der aufgestellten Regel zufolge müssen daher immer zu $2\frac{1}{4}$ Eimer der schl. S. $3\frac{3}{4}$ E. der bessern Sorte gemischt werden; wie viel nun zu 5 E. der schlechtern Sorte?

$$\frac{\frac{15}{4} \times 5}{\text{b. S. E. ?} \quad \frac{9}{4}} = 8\frac{1}{3}$$ E. à 24 fl. müssen daher zu 5 E. à 18 fl. gemischt werden.

Probe: $8\frac{1}{3} = \frac{25}{3}$ E. à 24 fl. k. $\frac{25}{3} \times 24 = \frac{600}{3} = 200$ fl.
5 E. à 18 fl. „ $5 \times 18 =$ 90 „

Die $13\frac{1}{3}$ E. kosten daher zusammen . . . . . . 290 fl.

Die $13\frac{1}{3}$ E. der Mischung à $21\frac{3}{4}$ fl. kosten

$$\underline{13\tfrac{1}{3} \times 21\tfrac{3}{4} \text{ fl.}}$$

$$\frac{40}{3} \times \frac{87}{4} = \frac{3480}{12} = 290 \text{ fl. wie oben.}$$

120) Wie viel Tabak, das Pfund zu $7\frac{1}{2}$ Sgr., muss zu 28 Pfund Tabak à 9 Sgr. gemischt werden, damit das Pfund der Mischung zu 8 Sgr. verkauft werden kann?

121) $8\frac{1}{2}$ karatiges Gold soll mit 14 Mark $22\frac{1}{3}$ karatigem zusammengeschmolzen werden, damit $18\frac{1}{2}$ karatiges Gold entsteht; wie viel ist von der geringeren Sorte zu nehmen?

122) Man hat 2 Eisenerze; das eine enthält $23\frac{0}{0}$, das andere $40\frac{0}{0}$ reines Eisen. Man will nun 734 Centner des reicheren Eisens mit ärmerem Eisen mengen, dass man ein Erz erhält, welches im Durchschnitte $36\frac{0}{0}$ reines Eisen enthält. Wie viel muss man von dem ärmeren Erze nehmen?

123) Wie viel Pfund Kaffee à 24 kr. muss man zu 15 ℔ à 18 hinzusetzen, damit das Pfund der Mengung a) 19, b) 23 kr. komme?

124) Wie viel Wasser von 12 Grad Wärme muss zu 80 Mass von 26 Grad Wärme hinzugegossen werden, damit die Mischung eine Wärme von 22 Grad erhält?

125) Wie viel $10\frac{1}{2}$ löthiges Silber muss man zu 16 Mark feinem Silber hinzusetzen, damit die Mischung a) 13 löthig, b) 15 löthig wird?

126) Zu 5 Centner 4 ℔ Tabak, von welchem der Centner $10\frac{1}{2}$ fl. kostet, will man so viel Tabak, von welchem der Centner $16\frac{3}{4}$ fl. kostet, hinzusetzen, dass man den Ctr. zu $13\frac{1}{4}$ fl. verkaufen kann. Wie viel muss man also hinzusetzen?

127) Man will zu einem Bade 15 Eimer Wasser von 28 Grad Wärme haben. Wie viel Eimer von 8 Grad Wärme und wie viel Eimer von 42 Grad sind hierzu erforderlich?

128) Zu 7 Mark $23\frac{2}{3}$ karatigem Gold soll so viel Gold von 7 Karat 10 Grän Gehalt hinzugesetzt werden, dass die Mischung 18 Kar. 5 Grän Gehalt habe. Wie viel ist hinzuzusetzen?

129) Es braucht Jemand Spiritus von 62 Grad und will denselben bereiten durch Vermischung von 200 Quart 51 gradigem Spiritus mit einer bessern Sorte von 70 Grad; wie viel von der bessern Sorte muss er nehmen?

130) Eine Vermengung von 2 Sorten Kaffee à $6\frac{3}{4}$ Sgr. und $7\frac{1}{2}$ Sgr. kann zu 7 Sgr. das Pfund verkauft werden; wie viel Pfund von der bessern Sorte befinden sich in der Mischung, wenn dieselbe 24 Pfund der geringern Sorte enthält?

131) Zweierlei Wolle, der Stein zu $8\frac{1}{2}$ und zu $11\frac{3}{4}$ Thlr., wird untereinander gemengt und der Stein ist nun gerade 9 Thlr. werth. Von der schlechteren Sorte waren $20\frac{1}{2}$ Stein, wie viel von der bessern? (Den Stein zu 22 Pfund gerechnet.)

---

8) Berechnung des Gewinnes oder Verlustes bei der Mischung.

Bisweilen soll durch die Mischung etwas gewonnen werden; manchmal entsteht auch für den, der die Mischung vornimmt, durch dieselbe ein Verlust. Wie nun der durch die Mischung entstehende Gewinn oder Verlust berechnet werden kann, wird sich aus den nachfolgenden berechneten Beispielen ergeben.

1. Beispiel. Ein Silberarbeiter hat einen silbernen Leuchter von 10 Mark 12 löthigem Silber aus 8 und 14 löthigem mit 6 Loth Verlust am Ganzen verfertigt; wie viel hat er von beiden Sorten dabei?

Berechnung. Wenn an 10 Mark Silb. 6 Loth Verlust herauskommen sollen, so trifft auf 1 Mark der 10. Theil von 6 Loth $= \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ Loth. Die Qualität jeder der 10 Mark muss daher um $\frac{3}{5}$ Loth besser sein, als wofür sie ausgegeben wird. Das Silber zu dem Leuchter ist daher nicht 12, sondern $12\frac{3}{5}$ löthig und muss in der Rechnung auch zu $12\frac{3}{5}$ löth. angenommen werden. Wie viel ist nun das 8 löthige, also geringere Silber gegen das $12\frac{3}{5}$ löth. zu gering?

$12\frac{3}{5} - 8 = 4\frac{3}{5}$ Loth.

Wie viel ist das 14 löthige gegen das $12\frac{3}{5}$ löthige zu gut?

$14 - 12\frac{3}{5} = 1\frac{2}{5}$ Loth.

Der aufgestellten Regel zufolge muss daher zu $4\frac{3}{5}$ Mark besseres $1\frac{2}{5}$ Mark geringeres Silber genommen werden. $4\frac{3}{5} + 1\frac{2}{5} = 6$ Mark. Nun entsteht die Frage: a) Wenn zu 6 Mark der Mischung $4\frac{3}{5}$ M. 14 löth. Silber genommen wird, wie viel zu 10 Mark? $4\frac{3}{5} = \frac{23}{5}$.

$$\frac{\frac{23}{5} \times 10}{6} = 7\frac{2}{3} \text{ Mark 14 löthiges Silber.}$$

(14 löth. M.?)

b) Wenn zu 6 Mark der Mischung $1\frac{2}{5}$ Mark geringeres Silber genommen werden, wie viel dann zu 10 Mark? $1\frac{2}{5} = \frac{7}{5}$ M.

$$\frac{\frac{7}{5} \times 10}{8 \text{ löth. M. ? } \quad 6} = 2\frac{1}{3} \text{ Mark 18 löthiges.}$$

Probe: Die $7\frac{2}{3} = \frac{23}{3}$ Mk. 14 löth. Silber geben $\frac{23}{3} \times 14 = \frac{322}{3} = 107\frac{1}{3}$ Loth fein S.; $2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$ Mk. 8 löth. S. $\frac{7}{3} \times 8 = \frac{56}{3} = 18\frac{2}{3}$ Loth f. S. $107\frac{1}{3} + 18\frac{2}{3}$ Loth $= 126$ L. f. S.

Die 10 Mark $12\frac{3}{5} = \frac{63}{5}$ löth. S. geben $10 \times \frac{63}{5} = \frac{630}{5}$ Lth. $=$ 126 L. f. S., also gerade so viel, als oben.

2. Beispiel: Ein Kornhändler kaufte zwei gleich grosse Quantitäten Korn, die erste zu $2\frac{1}{4}$ fl., die zweite zu $1\frac{7}{8}$ fl. pro Metzen; er verkaufte dasselbe wieder um 2 fl. pro Metzen, und gewann an jedem Metzen 5 kr.; wie war dasselbe zusammengesetzt?

Berechnung. Wenn er 5 kr. an jedem Metzen à 2 fl. gewann, so kann der Metzen der Mischung nur zu

$$2 \text{ fl.} - 5 \text{ kr.} = 1 \text{ fl. } 55 \text{ kr.} = 1\tfrac{11}{12} = \tfrac{23}{12} \text{ fl.}$$

berechnet werden.

Die bessere S. à $2\frac{1}{4} = \frac{9}{4} = \frac{27}{12}$ fl. ist gegen die Mischung à $\frac{23}{12}$ um $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ zu gut;

die schlechtere Sorte à $1\frac{7}{8} = \frac{15}{8}$.

Nun fragt sich's: a) Um wie viel ist die bessere Sorte à $2\frac{1}{4}$ fl. gegen die Mischung à $1\frac{11}{12}$ fl. zu gut?

	12	
$2\frac{1}{4}$	3 =	3
$1\frac{11}{12}$	1	11
—		$\frac{4}{12} = \frac{8}{24}$. Sie ist daher um $\frac{8}{24}$ zu gut.

b) Um wie viel ist die billigere S. à $1\frac{7}{8}$ fl. gegen die Mischung a $1\frac{11}{12}$ zu gering?

	24	
$1\frac{11}{12}$	2 =	22
$1\frac{7}{8}$	3 =	21
		$\frac{1}{24}$. Sie ist daher um $\frac{1}{24}$ zu gering.

Der gegebenen Regel zufolge sind nun von dem Korn zu $1\frac{7}{8}$ fl. $\frac{8}{24}$, von dem Korn zu $2\frac{1}{4}$ fl. aber nur $\frac{1}{24}$ nöthig, oder mit ganzen Zahlen 8 Theile von der geringeren und 1 Theil von der bessseren Sorte.

Man merke sich bei dergleichen Rechnungen die einfache Regel: Ziehe den Gewinn von dem Werthe der Mittelsorte ab, und nimm den Rest als den Werth der Mittelsorte an. Bei Verlustberechnungen zähle aber den Verlust dem Werthe der Mittelsorte zu und nimm die hierdurch entstehende Summa als den Werth der Mittelsorte. Im Uebrigen verfahre dann, wie in den früheren Rechnungen.

132) Jemand hat 2 Sorten Kaffee. Von der besseren kostet das Pfund 1 fl. 12 kr. und von der geringeren 48 kr. Er will nun diese beiden Sorten so mit einander vermengen, dass er das Pfund um 58 kr. geben kann und bei diesem Preis an jedem Pfund 4 kr. Gewinn hat. Wie viel muss er von jeder Sorte nehmen?

133) Wie viel 22 kar. Gold muss man zu 12 Mark 12 kar. setzen, wenn durch die Zusammensetzung 18 karatiges entstehen soll, und am Ganzen 8 Karat verloren werden?

134) Eine Mass Wein kostet 27 kr., eine Mass einer geringeren Sorte 22 kr. Jemand will nun diese beiden Sorten so mischen, dass es 120 Mass werden, will die Mass zu 26 kr. verkaufen und dabei an jeder 2 kr. gewinnen; wie viel muss er von jeder Sorte nehmen?

135) 700 Ctr. sollen aus 2 Bestandtheilen so zusammengesetzt werden, dass der Ctr. auf $29\frac{3}{4}$ fl. kommt. Wie viel muss man von jedem Bestandtheile nehmen, wenn der Ctr. des ersteren 33 fl., der Ctr. des zweiten 16 fl. kostet und an jedem Ctr. 5 fl. 45 kr. gewonnen werden soll?

136) Wie viel Mark 14 löthiges Silber hat man zu $7\frac{1}{2}$ Mark 12 löth. Silber zu setzen, wenn durch die Zusammensetzung 15 löthiges Silber entstehen und am Ganzen $7\frac{1}{2}$ Loth gewonnen werden sollen?

137) Wie viel Pfund Kaffee a 24 kr. muss man zu 15 ℔ à 18 kr. hinzusetzen, wenn das Pfund der Mischung zu 19 kr. verkauft und dabei an jedem Pfund 4 kr. verloren werden?

---

9) Berechnung des Mischungsverhältnisses bei mehr als 2 Stoffen.

Wenn man 3 oder mehrere Sorten zu vermischen hat, und der Werth des Gemisches gegeben ist, so lassen sich beliebig viele Auflösungen angeben, welche alle als richtig anerkannt werden müssen. Die Aufgabe der Auflösung ist daher unbestimmt. Gewöhnlich löst man diese

Aufgaben dadurch, dass man zuerst die Sorten mischt, die besser sind, als der Mischling und dann die geringeren Sorten, und dass man hier auch gerade so verfährt, wie in den früheren Berechnungen.

1. Beispiel. Ein Weinwirth hat 3 Sorten Wein, die Flasche zu 18, zu 15 und zu 10 Sgr.: er will daraus eine Sorte mischen, von der die Flasche 12 Sgr. kostet; in welchem Verhältniss soll er von jeder Sorte nehmen?

Berechnung:

Die Sorte à 18 Sgr. ist gegen die Mittels. à 12 Sgr. um 6 zu gut
" " " 15 " " " " " " 12 " " 3 " "
" " " 10 " " " " " " 12 " " 2 " gering.

Die beiden bessern Sorten sind um 6 + 3 = 9 zu gut, daher müssen von der dritten Sorte 9 Flaschen genommen; die dritte geringere Sorte ist um 2 zu gering; es müssen 2 Flaschen von jeder der 2 ersteren Sorten zur Mischung genommen werden.

Probe:	9 Flaschen	à 10 Sgr.	= 9 × 10 =	90 Sgr.
	2 "	" 18 "	= 2 × 18 =	36 "
	2 "	" 15 "	= 2 × 15 =	30 "
	Die 13 Flaschen kosten daher			156 Sgr. = 5 Thlr. 6 Sgr.

Wenn 13 Fl. der Mischung 156 Sgr. kosten, so kostet 1 Flasche den 13. Theil von 156 Sgr.

13 : 156 = 12 Sgr. wie die Mittelsorte.

2. Beispiel. Ein Weinwirth hat viererlei Weine, die Mass zu 48, 40, 30 und 24 kr.; wenn er nun diese Weine so mischen will, dass die Mass 36 kr. kostet: wie viel muss er von jeder Sorte nehmen?

Die Mass à 48 kr. ist gegen den Mischling à 36 kr. um 12 zu gut
" " " 40 " " " " " 36 " " 4 " "

Beide S. sind daher um 12 + 4 = 16 kr. zu gut, also durchschnittlich jede um 8 kr.

Die Mass à 30 kr. ist gegen die Mischung à 36 kr. um 6 zu gering
" " " 24 " " " " " " 36 " " 12 " "

Beide Sorten sind daher um 6 + 12 = 18 kr. zu gering, also durchschnittlich jede um 9 kr.

Daher nehme man bei der Mischung immer 9 Mass von jeder der bessern Sorten à 48 kr. und 40 kr., sodann 8 Mass von jeder der schlechteren Sorten also von den Sorten à 30 und 24 kr.

Man hätte hier gerade so, wie in voriger Berechnung sagen können: Beide Sorten à 48 und 40 kr. sind um $12 + 4 = 16$ kr. zu gut; man nehme daher 16 Mass von jeder der geringeren Sorten mehr; die beiden Sorten à 30 und 24 kr. sind gegen die Mittelsorte à 36 kr. um $6 + 12 = 18$ kr. zu gering, man nehme daher von jeder der 2 bessern Sorten 18 Mass.

Das oben angewendete Verfahren ist aber kürzer und natürlicher.

Probe. 9 Mass a 48 kr. k.	9×48 kr.	$= 432$ kr.	$= 7$ fl.	12 kr.
9 „ „ 40 „ „	9×40 „	$= 360$ „	$= 6$ „	— „
8 „ „ 30 „ „	8×30 „	$= 240$ „	$= 4$ „	— „
8 „ „ 24 „ „	8×24 „	$= 192$ „	$= 3$ „	12 „
Die 34 Mass kosten demnach			20 fl.	24 kr.

Wenn die Mass der Mischung 36 kr. $= \frac{3}{5}$ fl. kostet, so kosten 34 Mass

$$34 \times \frac{3}{5} \text{ fl.} = \frac{102}{5} = 20\frac{2}{5} \text{ fl. wie oben.}$$

Die Mischung kann auf die Weise, die in den Berechnungen der beiden Aufgaben vorgeführt wurde, vorgenommen werden, und die Berechnung ist, wie aus der Probe hervorgeht, ganz richtig. Allein die Mischung muss nicht gerade so vorgenommen werden; das Verhältniss der Mischungssorten zu einander kann unbeschadet der Richtigkeit ein ganz anderes sein.

Man kann z. B. statt 9 Mass à 48 kr. nur 1 Mass à 48 kr. nehmen und statt der noch übrigen 8 Mass à 48 kr. noch $8 \times 2 = 16$ M. von der Sorte à 24 kr. also im Ganzen $8 + 16$ Mass à 24 kr. nehmen; denn 16 Mass à 24 kr. kosten gerade so viel als 8 Mass à 48 kr.

Oder man kann statt der 9 Mass à 48 kr. 2 Mass von dieser Sorte, und statt der noch übrigen 7 Mass à 48 kr. noch $7 \times 2 = 14$ Mass von der Sorte à 24 kr. nehmen.

etc. etc.

Man kann statt der 9 Mass à 40 kr. nur 6 Mass nehmen, und statt der übrigen 3 Mass à 40 kr noch 4 Mass à 30 kr.; denn 4 Mass à 30 kr. kosten gerade so viel, als 3 Mass à 40 kr.

Oder man kann nur 3 Mass à 40 kr. und statt der übrigen 6 Mass à 40 kr. noch 8 Mass à 30 kr. nehmen.

Oder man nimmt statt der 9 Mass à 40 kr. nur 8 Mass von dieser S. und dafür $1\frac{1}{3}$ Mass à 30 kr. mehr, daher $8 + 1\frac{1}{3} = 9\frac{1}{3}$ Mass à

30 kr.; denn $1\frac{1}{3}$ Mass à 30 kr. beträgt eben so viel, als 1 Mass à 40 kr. etc. etc.

Oder man nehme:

statt 8 Ms. à 30 kr. nur 7 Ms. hievon und statt d. 1 Ms. noch $1\frac{1}{4}$ Ms. à 24 kr.
„ 8 „ „ 30 „ „ 6 „ „ „ „ „ 2 „ „ $2\frac{1}{2}$ „ „ 24 „
„ 8 „ „ 30 „ „ 5 „ „ „ „ „ 3 „ „ $3\frac{3}{4}$ „ „ 24 „
etc. etc.

Oder man nehme:

statt 9 Ms. à 48 kr. nur 8 Ms. hiev. u. statt d. 1 Ms. noch $1\frac{1}{5}$ Ms. à 40 kr.
„ 9 „ „ 48 „ „ 7 „ „ „ „ „ 2 „ „ $2\frac{2}{5}$ „ „ 40 „
„ 9 „ „ 48 „ „ 6 „ „ „ „ „ 3 „ „ $3\frac{3}{5}$ „ „ 40 „
etc. etc.

Oder man nehme:

statt 9 Ms. à 48 kr. nur 8 Ms. hiev. u. statt d. 1 Ms. noch $1\frac{3}{5}$ Ms. à 30 kr.
„ 9 „ „ 48 „ „ 7 „ „ „ „ „ 2 „ „ $3\frac{1}{5}$ „ „ 30 „
„ 9 „ „ 48 „ „ 6 „ „ „ „ „ 3 „ „ $4\frac{4}{5}$ „ „ 30 „
etc. etc.

Oder man nehme:

statt 9 Ms. à 40 kr. nur 8 Ms. hiev. u. statt d. 1 Ms. noch $1\frac{2}{3}$ Ms. à 24 kr.
„ 9 „ „ 40 „ „ 7 „ „ „ „ „ 2 „ „ $3\frac{1}{3}$ „ „ 24 „
„ 9 „ „ 40 „ „ 6 „ „ „ „ „ 3 „ „ 5 „ „ 24 „
etc. etc.

Man wird aus dieser Darstellung erkennen, dass man auf sehr vielfache Weise jedes dieser Beispiele lösen kann und dass daher eine Menge verschiedener Antworten auf diese Aufgaben gegeben werden kann, die alle richtig sein können.

138) Ein Handelsmann hat 3 Sorten Kaffee, nämlich das Pfund zu 48, zu 36 und zu 30 kr.; er will davon 25 ℔ zusammen mischen, so dass das ℔ der Mischung 42 kr. kostet; wie viel kann er von jeder Sorte in die Mischung nehmen?

139) Wenn man aus 80, 75, 60 und 54 gradigem Weingeist 100 ℔ 72 gradigen mischen will, wie viel ist dem Gewichte nach von jeder Sorte zu nehmen?

140) Aus 6 Sorten Kupferglimmer von 22, 24, 27, 31, 36, 44 % Kupfergehalt will man eine Composition von 29 % Gehalt machen; wie viel kann man von jeder Sorte nehmen?

141) Aus drei Sorten Wein, die Mass a 36 kr., 30 kr. und 28 kr. sollen 45 Mass Wein gemischt werden, von welchem die Mass 32 kr. kostet; wie viel kommt von jeder Sorte dazu?

142) Aus drei Sorten Thee von 28 Sgr., 1 Thlr. $2\frac{1}{2}$ Sgr., und 1 Thlr. $10\frac{1}{2}$ Sgr. pr. ℔ soll eine Mischung hergestellt werden, deren

Werth 1 Thlr. $7\frac{1}{2}$ Sgr. pr. ℔ beträgt; wie kann diese Mischung gemacht werden?

143) In Oesterreich müssen alle Silberwaaren aus 14 löthigem Silber gearbeitet sein. Ein österreich. Silberarbeiter will aus $14\frac{2}{5}$ löthigem, $13\frac{1}{3}$ löth. und 12 löth. Silber $6\frac{1}{2}$ Mark Probesilber zusammen schmelzen; wie viel kann er von jeder der genannten Silbersorten zur Legierung nehmen?

144) Wenn man aus 22, 18 und 10 karatigem Golde $5\frac{1}{2}$ Mark 14 karatiges bereiten soll, wie viel braucht man von jeder Sorte?

145) In welchem Verhältnisse müssen 3 Sorten Weizen a $2\frac{1}{2}$ fl., $2\frac{1}{3}$ fl. und 2 fl. pr. Metzen unter einander gemischt werden, um eine Sorte zu 2 fl. 16 kr. zu erhalten?

---

10) Anwendung der Alligationsrechnung auf ähnliche Verhältnisse.

1. Beispiel: Bei einem Bau sind 36 Arbeiter beschäftigt, theils Gesellen, theils Handlanger. Jeder Geselle erhält täglich 12 Silbergr. und jeder Handlanger 8 Sgr. Das Taglohn sämmtlicher Arbeiter beträgt 12 Thlr. 24 Sgr.; wie viel Gesellen und wie viel Handlanger sind es?

Berechnung: Für 36 Arbeiter beträgt das Taglohn 12 Thlr. 24 Sgr. = 384 Sgr.; wie viel für 1 Arbeiter?

36 : 384 Sgr. = $10\frac{24}{36}$ = $10\frac{2}{3}$ Sgr. erhält jeder Arbeiter durchschnittlich.

Auf jeden Arbeiter kommt durchschnittlich $10\frac{2}{3}$ Sgr., auf einen Gesellen 12 Sgr., also $1\frac{1}{3}$ Sgr. mehr.

Auf einen Arbeiter durchschnittlich $10\frac{2}{3}$ Sgr., auf einen Handlanger 8 Sgr., also $2\frac{2}{3}$ Sgr. weniger.

$1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$; $2\frac{2}{3} = \frac{8}{3}$. $\frac{4}{3}$ verhalten sich zu $\frac{8}{3}$, wie 4 zu 8. Der gegebenen Regel zufolge sind demnach immer zu 4 Handlangern 8 Gesellen nöthig; dies sind zusammen 12 Arbeiter.

Nun entstehen die Fragen:

a) Unter 12 Arbeitern sind 8 Gesellen, wie viel unter 36 Arb.?

$$\frac{8 \times 36}{\text{Ges. ?} \quad 12} = 24 \text{ Gesellen.}$$

b) Unter 12 Arbeitern sind 4 Handlanger, wie viel unter 36 A.?

$$\frac{4 \times 36}{\text{Handlg.?} \quad 12} = 12 \text{ Handlanger.}$$

Probe: 24 Gesellen verdienen bei 12 Sgr. Taglohn
24 + 12 = 288 Sgr. = 9 Thlr. 18 Sgr.
12 Handlanger verdienen bei 8 Sgr. Taglohn
12 × 8 = 96 Sgr. = 3 Thlr. 6 Sgr.
Summa wie oben 12 Thlr. 24 Sgr.

2. Beispiel. Ein leerer Wasserkasten hat 3 Röhren; durch die erste wird er in 8 Stunden gefüllt, durch die zweite in 6 und durch die dritte in 10 Stunden. Nachdem die erste 2 und die zweite $1\frac{1}{2}$ Stunden schon gelaufen sind, wird auch die dritte dazu geöffnet. In welcher Zeit wird der Wasserkasten gefüllt sein?

Berechnung. Die erste Röhre füllt den Wasserkasten in 8 St.; in einer Stunde füllt sie daher nur $\frac{1}{8}$, und in den angegebenen 2 Stunden $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ des Wasserkastens. Die zweite Röhre füllt ihn in 6 Stunden, in 1 Stunde daher nur $\frac{1}{6}$ desselben, und in $1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ Stdn. $\frac{1}{6} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ des Wasserkastens. Die beiden ersten Röhren haben den Wasserkasten zur Zeit, wenn die dritte Röhre geöffnet wird $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ oder die Hälfte des Wasserkastens schon gefüllt.

In 1 Stunde füllt die erste $\frac{1}{8}$, die zweite $\frac{1}{6}$ und die dritte $\frac{1}{10}$ des Kastens. Wie viel ist dies?

	120
$\frac{1}{8}$	15 = 15
$\frac{1}{6}$	20 = 20
$\frac{1}{10}$	12 = 12
	$\frac{47}{120}$

In 1 Stunde füllen sonach die 3 Röhren $\frac{47}{120}$ des Wasserkastens.

Da die Hälfte des Wasserkastens schon durch die beiden ersten Röhren gefüllt ist, so müssen sonach die 3 Röhren noch so viele Stunden laufen, als $\frac{47}{120}$ in $\frac{1}{2} = \frac{60}{120}$ enthalten ist.

$\frac{47}{120} : \frac{60}{120} = 1\frac{13}{47}$ Stunden.

Die 2 Stunden, welche vor Oeffnung der dritten Röhre verflossen sind und die $1\frac{13}{47}$ Stunden geben zusammen $3\frac{13}{47}$ Stunden.

146) An 3 Gemeinden wird wegen Getreidemangels Korn vertheilt. Die erste Gemeinde könnte von dem ganzen Vorrath 15 Wochen, die

zweite 12 Wochen, die dritte 10 Wochen leben; wie lange wird nun das Getreide für alle 3 Gemeinden ausreichen?

147) Ein Geselle verdient bei seinem Meister täglich 10 Sgr. und die Kost; wenn er aber einen Tag nicht für den Meister arbeitet, muss er $6\frac{1}{4}$ Sgr. Kostgeld bezahlen. Nach 60 Tagen erhält er 10 Thlr. $7\frac{1}{2}$ Sgr.; wie viel Tage hat er für den Meister gearbeitet?

148) Ein Maurermeister zahlt seinen 32 Arbeitern täglich 11 Thlr. 18 Sgr. Lohn; von welchem jeder Geselle 12, jeder Handlanger aber 9 Sgr. erhält. Wie viel Gesellen und wie viel Handlanger hat er?

149) Ein Gefäss hat 3 Röhren. Die erste Röhre füllt es in 5, die zweite in 6 Stunden, und durch die dritte kann es in 9 Stunden gefüllt werden; in welcher Zeit würde das Gefäss voll sein, wenn alle 3 Röhren zugleich geöffnet würden?

150) Ein Brunnenkasten wird durch 3 Röhren gefüllt. Die 1. Röhre füllt ihn in 8, die 2. in 10 und die 3. in 14 Stunden. In wie viel Stunden wird er gefüllt, a) wenn die erste und dritte, b) wenn alle 3 Röhren laufen?

Vierter Abschnitt.

Von den Quadrat- und Cubikzahlen und ihren Wurzeln.

I. Vom Potenziren, oder vom Erheben der Zahlen auf Potenzen, als Einleitung.

Die Lösung einer Multiplikationsaufgabe, die aus zwei oder mehreren Faktoren bestehen kann, heißt man Produkt. Wenn die Faktoren in der Multiplikationsaufgabe gleich sind, d. h. wenn eine Zahl zwei- oder mehrere Male mit sich selbst multiplicirt wird, so heißt dann das Produkt eine Potenz; die Zahl aber, welche mit sich selbst multiplicirt wird, nennt man die Wurzel (radix). Benützt man zum Produkte nur 2 Faktoren, so ist das Produkt die 2. Potenz; z. B. $3 \times 3 = 9$, 3 ist hier die Wurzel, 9 ist die zweite Potenz, die man die Quadratzahl nennt; benützt man zum Produkte 3 Faktoren, so ist das Produkt die 3. Potenz. z. B. $3 \times 3 \times 3 = 27$; 3 ist die Wurzel, 27 ist die dritte Potenz, die man die Cubikzahl nennt. Werden 4 Faktoren zum Produkte benützt, so ist dasselbe die 4. Potenz, z. B. $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$; 3 ist die Wurzel, 81 ist die vierte Potenz, oder die Biquadratzahl. Alle höheren Potenzen führen keine besonderen Namen mehr; werden daher 5 oder 6 Faktoren zum Produkte benützt, so heißen sie bloß die fünfte oder sechste Potenz.

Da es bei höheren Potenzen sehr unbequem wäre, die Factoren, so oft sie miteinander multiplicirt werden sollen, mit dem Zeichen der Multipkication neben einander hinzuschreiben, so schreibt man den Faktor oder die Wurzel nur ein einzigesmal und merkt die Zahl, welche angiebt, wie vielmal die Wurzel mit sich selbst multiplicirt werden soll, durch eine kleine rechts oben gesetzte Ziffer an. Wenn nun z. B. die Wurzel 5 viermal mit sich selbst multiplicirt werden soll, so schreibt man statt $5 \times 5 \times 5 \times 5$ bloß 5^4. Die Bezeichnung 8^3 bedeutet 8 im Cubus oder 8 in der dritten Potenz, also so viel, als $8 \times 8 \times 8$. Die Ziffer 8 bedeutet hier die Wurzel,

die kleine Ziffer 3 rechts über der Wurzel 8 heißt der **Exponent** oder **Faktorenzähler, Gradenzeiger.**

Wenn die Wurzel ein Bruch oder eine gemischte Zahl ist, so wird dieselbe zur Vermeidung von Irrthum erst eingeklammert und dann wird erst der Exponent rechts oben angemerkt.

Z. B. $\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5}$ wird angeschrieben: $(\frac{2}{5})^4$;
$(5\frac{7}{8})^3$ heißt so viel, als $5\frac{7}{8} \times 5\frac{7}{8} \times 5\frac{7}{8}$.

II. Quadratzahlen und ihre Wurzeln.

1) Von der Bildung der Quadratzahlen aus ihren Wurzelzahlen.

Die Quadratzahlen heißt man deßwegen so, weil sich die Einheiten des Factors, der mit sich selbst multiplicirt wird, bei gleich weiter Entfernung ein Quadrat bilden, wenn man sie so oft, als der Factor mit sich selbst multiplicirt werden soll, unter einander stellt. Dies läßt sich durch Punkte recht anschaulich machen.

Wir wollen die Quadratzahlen 4^2, d. h. 4×4 und 5^2 d. h. 5×5 nehmen.

$4 \times 4 = 16$

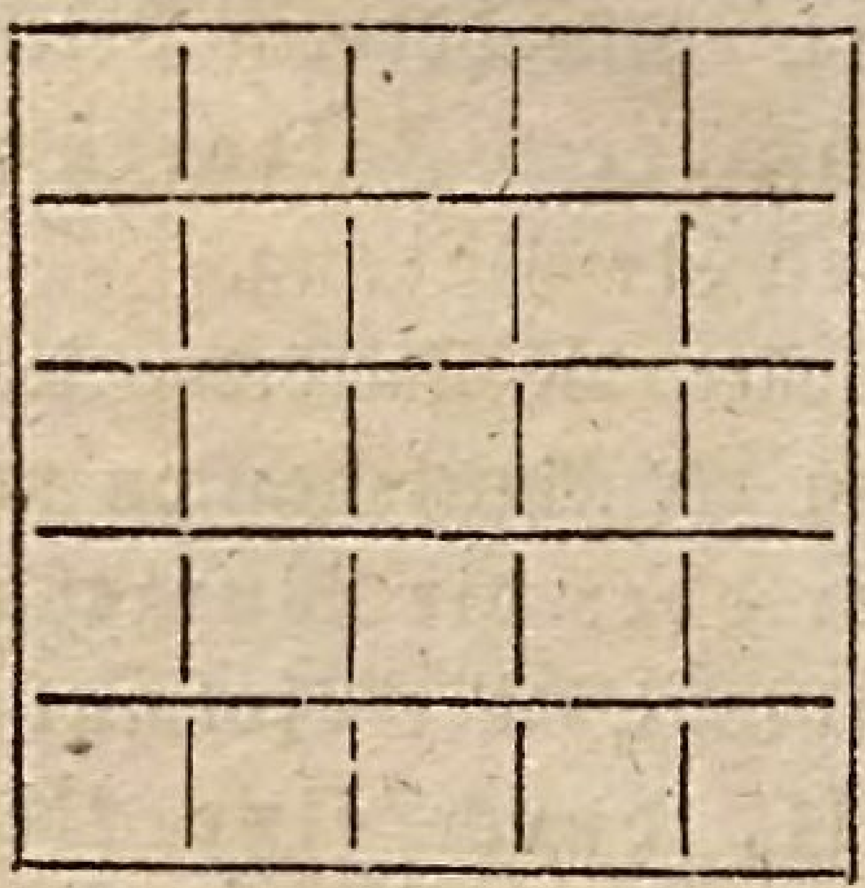
• • • •
• • • •
• • • •
• • • •

$5 \times 5 = 25$

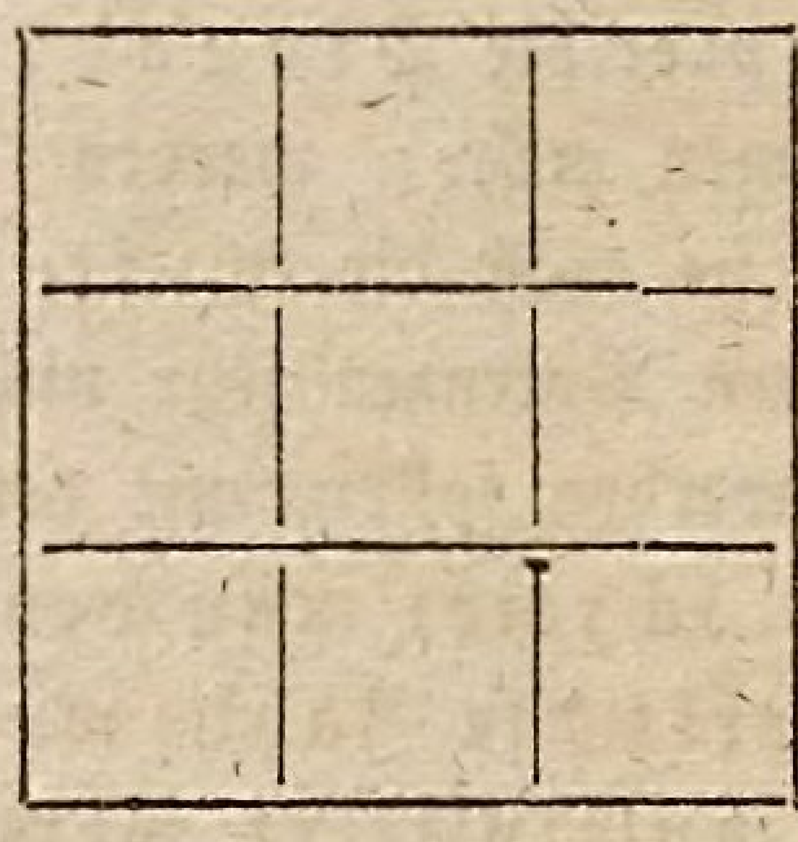
• • • • •
• • • • •
• • • • •
• • • • •
• • • • •

Jede solche Zahl läßt sich auch durch Flächen darstellen, z. B.

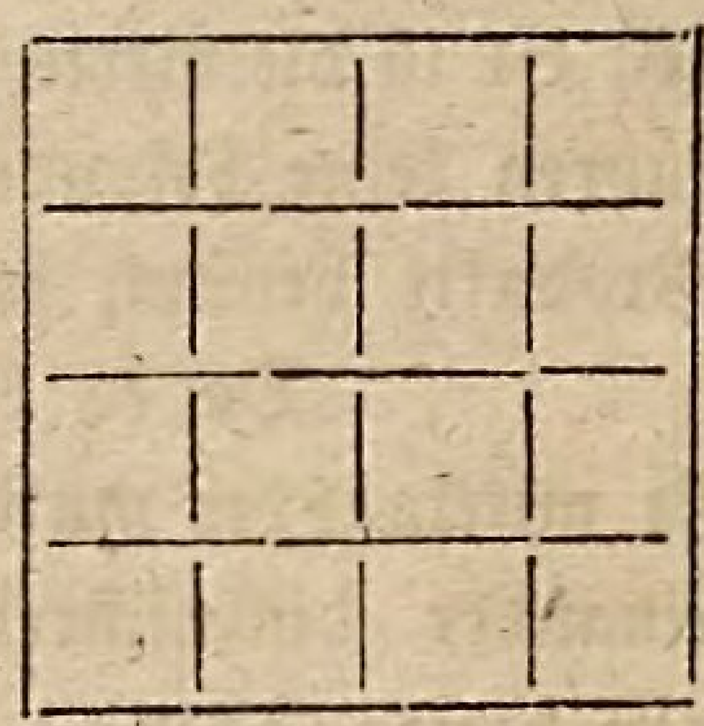
5^2



3^2



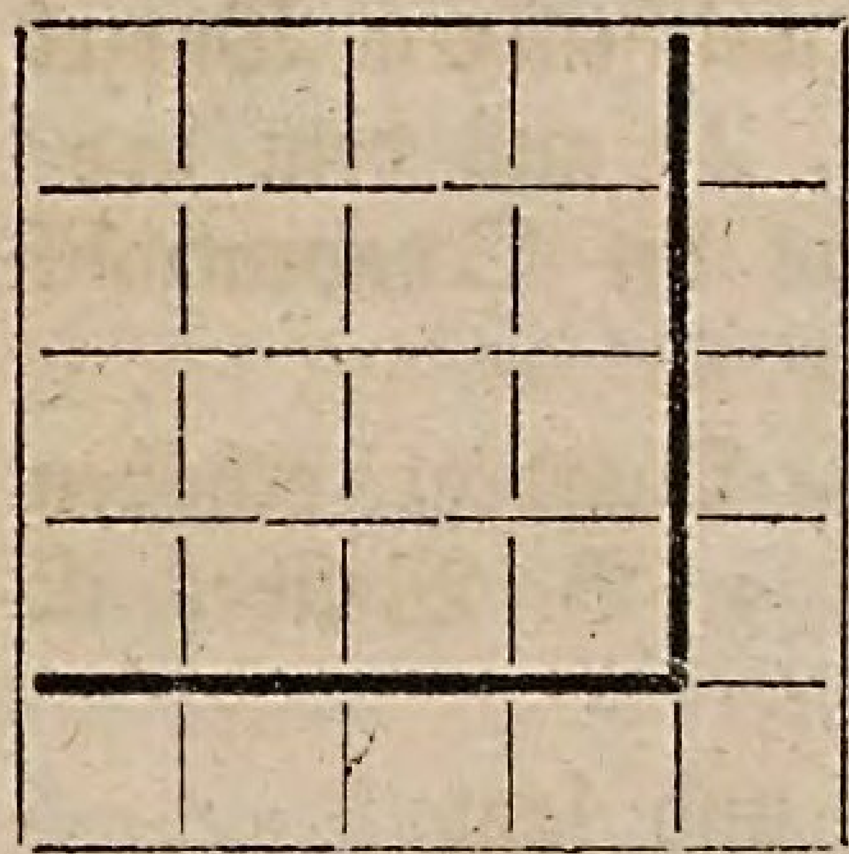
4^2



weßhalb man auch diese Zahlen Quadratzahlen nennt.

Auch die Bildung der Quadratzahlen der Brüche läßt sich hierdurch recht in die Augen fallend darstellen.

Z. B. Wie viel ist $(\frac{4}{5})^2$ d. h. $\frac{4}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{16}{25}$.



Da die ganze Zahl hier 5 Theile hat, so hat ihr Quadrat $5 \times 5 = 25$; hievon erhält man aber nach der obigen Aufgabe nur $4 \times 4 = 16$, also $\frac{16}{25}$ vom Ganzen.

Die gemischten Zahlen lassen sich dadurch leicht in ihre Quadratzahlen erheben, wenn man aus denselben unechte Brüche bildet.

Beispiel. Wie viel ist $(2\frac{1}{3})^2$, d. h. $2\frac{1}{3} \times 2\frac{1}{3}$; $2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$, daher $\frac{7}{3} \times \frac{7}{3} = \frac{49}{9} = 5\frac{4}{9}$.

Ganz leicht ist es auch, echte und unechte Decimalbrüche ins Quadrat zu erheben.

Beispiel. Wie viel ist $4{,}2^2$, d. h. $4{,}2 \times 4{,}2$?

Man rechne hier 42 Zehntel × 42 Zehntel. $42 \times 42 = 1764$ Hundertel; denn Zehntel durch Zehntel multiplicirt geben Hundertel, wie wir schon aus der Decimalbruchrechnung wissen. 1764 Hundertel = 17,64.

Diese Rechnung läßt sich aber durch Zerlegung auch auf andere Weise berechnen. 42 besteht nämlich aus $40 + 2$. Ich kann daher auch sagen $40 + 2 \times 40 + 2$. Um diese Aufgabe auf diese Weise zu lösen, berechne ich

1) $40 \times 40 = 1600$
2) $2 \times 40 = 80$
3) $40 \times 2 = 80$
4) $2 \times 2 = 4$

$4{,}2^2 = 17{,}64$

Oder 4 Ganze und 2 Zehntel mal 4 G. und 2 Zehntel.

1) $4 \times 4 = 16{,}0$
2) $0{,}2 \times 4 = 0{,}8$
3) $4 \times 0{,}2 = 0{,}8$
4) $0{,}2 \times 0{,}2 = 0{,}04$

$4{,}2^2 = 17{,}64$

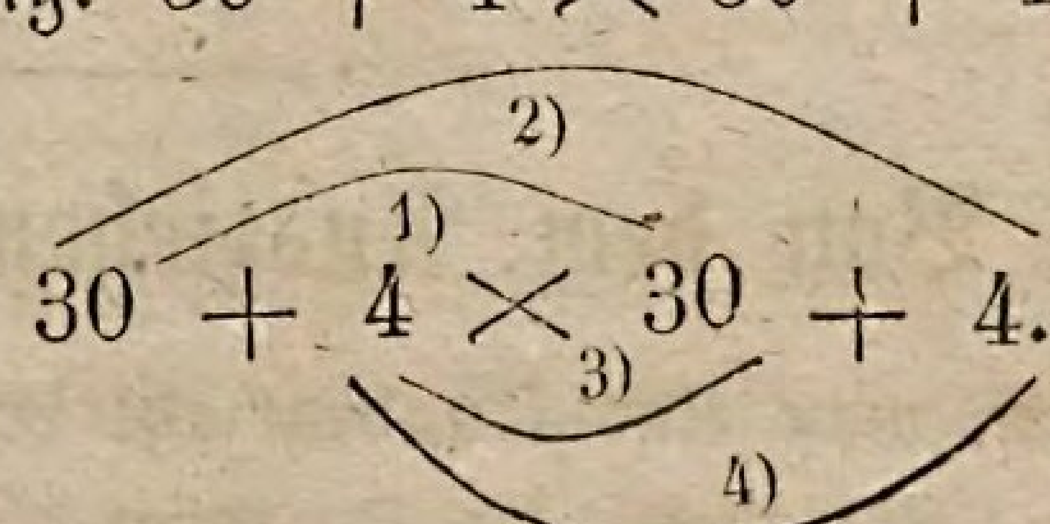
Eben so verfährt man, wenn zwei- oder mehrstellige ganze Zahlen ins Quadrat erhoben werden sollen; z. B. Wie viel ist 34^2?

$34 \times 34 = 1156$.

Berechnung durch Zerlegung. $30 + 4 \times 30 + 4$.

1) $30 \times 30 = 900$
2) $30 \times 4 = 120$
3) $4 \times 30 = 120$
4) $4 \times 4 = 16$

$34^2 = 1156$.



Es besteht sonach die Quadratzahl einer zweitheiligen Wurzel oder Grundzahl 1) aus der Quadratzahl des Zehners, 2) aus dem doppelten Produkte des Einers und Zehners, und 3) aus der Quadratzahl des Einers.

Wenn drei- oder mehrstellige Zahlen ins Quadrat erhoben werden sollen, so wird auf ähnliche Weise verfahren; z. B. Welches ist das Quadrat von 463?

Man zerlegt hier 463 in 400 + 60 + 3 und sagt:

$$400 + 60 + 3 \times 400 + 60 + 3.$$

Ausführung:

a)	400 × 400	=	160000
b)	60 × 400	=	24000
c)	3 × 400	=	1200
d)	400 × 60	=	24000
e)	60 × 60	=	3600
f)	3 × 60	=	180
g)	400 × 3	=	1200
h)	60 × 3	=	180
i)	3 × 3	=	9
	463^2	=	214369

Aus dieser Darlegung ersehen wir, daß die Quadratzahl einer dreistelligen Wurzel 1) aus der Quadratzahl des Hunderters (a), 2) aus der Quadratzahl des Zehners (e), 3) aus der Quadratzahl des Einers (i), 4) aus dem doppelten Producte des Hunderters und Zehners (b) und (d), 5) aus dem doppelten Producte des Hunderters und Einers (c) und (g), und 6) aus dem doppelten Producte des Zehners und Einers (f) und (h) besteht.

Diese Berechnungsweise der Quadratzahlen aus ihren Wurzelzahlen ist deßwegen von besonderer Wichtigkeit, weil sich darauf die Regeln für das Verfahren beim Ausziehen der Quadratwurzeln gründen.

1) Bilde nun aus folgenden Grundzahlen durch Zerlegung die Quadratzahlen!

a) aus 25	b) aus 36	c) aus 1968
d) aus 837	e) aus 763	f) aus 978
g) aus 247	h) aus 0,96	i) aus 492

---

2) Von dem Ausziehen der Quadratwurzel.

Wenn man eine Quadratzahl bilden soll, so muß vorher die Wurzel gegeben sein, um aus dieser die Quadratzahl suchen zu können. Hievon haben wir uns aus dem Bisherigen überzeugt. Soll aber eine Quadratwurzel ausgezogen

werden, so muß man vorher die Quadratzahl kennen, aus welcher die Quadratwurzel zu suchen ist. Das Ausziehen der Quadratwurzel ist also ein Rückweg von der Quadratzahl zu ihrer Wurzel.

Wer das Verfahren kennen lernen will, das hiebei in Anwendung zu bringen ist, dem muß wohl vor Allem die Entstehung und Zusammensetzung einer Quadratzahl klar sein. Die Quadratzahlen aus den Quadratwurzeln 1 — 9 sind von jedem, der das Ein mal Eins im Kopfe hat, auf den ersten Blick zu erkennen.

Zu der Quadrat-Wurzel	1	ist die Quadrat-Zahl	1;	denn	1 × 1 = 1
" " " "	2	" " " "	4;	"	2 × 2 = 4
" " " "	3	" " " "	9;	"	3 × 3 = 9.
" " " "	4	" " " "	16;	"	4 × 4 = 16
" " " "	5	" " " "	25;	"	5 × 5 = 25
" " " "	6	" " " "	36;	"	6 × 6 = 36
" " " "	7	" " " "	49;	"	7 × 7 = 49
" " " "	8	" " " "	64;	"	8 × 8 = 64
" " " "	9	" " " "	81;	"	9 × 9 = 81

Nun noch weiter:

Zu d. Q.-W.	10	ist d. Q.-Z.	100;	denn	10 × 10 = 100
" " "	99	" " "	9801;	"	99 × 99 = 9801
" " "	100	" " "	10000;	"	100 × 100 = 10000
" " "	999	" " "	998001;	"	999 × 999 = 998001
" " "	1000	" " "	1000000;	"	1000 × 1000 = 1000000

Man kann sich aus dieser Zusammenstellung durch eigene Anschauung davon überzeugen:

1) daß die Qradratzahlen der einstelligen Grundzahlen eine oder zwei Stellen haben müssen,
2) daß die Quadratzahl der kleinsten zweistelligen Grundzahl (10) drei Stellen, aber die Qadratzahl der größten zweistelligen Wurzel (99) vier Ziffern (9801) hat,
3) daß die Quadratzahl der kleinsten dreistelligen Zahl (100) fünf Ziffern, die der größten (999) sechs Ziffern haben muß.

Da sich die Sache aber so verhält, so kann man auch aus der Anzahl der Ziffern einer Quadratzahl auf die Anzahl der Ziffern ihrer Wurzel schließen; denn

1 oder 2	Ziffern der Quadratzahl	erfordern	1	Ziffer der Wurzel,
3 " 4	" " "	"	2	" " "
5 " 6	" " "	"	3	" " "
7 " 8	" " "	"	4	" " "

2c. 2c.

Man sieht hieraus leicht, daß die Quadratzahlen entweder gerade doppelt so viele Ziffern, oder eine weniger als doppelt so viele haben, wie die Wurzeln, aus denen die Quadratzahlen gebildet worden sind;

eben so leicht wird man aber auch aus diesem ersehen, daß zu einer Quadratzahl eine Wurzel gehört, die halb so viele Ziffern hat, wie die Quadratzahl.

Die Wurzel-Einer in einer Quadratzahl nehmen daher die zwei ersten Stellen von rechts nach links gezählt ein; die Wurzelzehner die dritte und vierte, die Wurzel-Hunderter die fünfte und sechste Stelle u. s. w. Man theilt eben deßhalb beim Ausziehen der Quadratwurzel vorher die Quadratzahl von der rechten zur linken Hand hin durch Striche in Klassen von zwei Ziffern ab; die letzte Klasse zur Linken, die höchste kann eben so gut auch nur eine, als zwei Ziffern haben.

Die Bezeichnung für das Ausziehen der Wurzel ist ein kleines ausgezogenes r ($\sqrt{}$) von radix, die Wurzel. $\sqrt{9801}$ heißt, es soll die Wurzel aus dieser Zahl bestimmt werden.

Damit man aus dem Zeichen gleich erkennen kann, ob man die Quadrat- oder die Cubik- oder die Biquadratwurzel, oder die Wurzel der 5. oder 6. Potenz verlangt, so macht man über das Zeichen der Quadratwurzel ein 2 ($\sqrt[2]{}$) über das der Cubikwurzel ein 3 ($\sqrt[3]{}$), über das der Biquadratwurzel ein 4 ($\sqrt[4]{}$) ꝛc. ꝛc. Ist über dem Zeichen gar kein Exponent genannt, so ist immer die Quadratwurzel darunter zu verstehen.

Soll nun aus einer mehrzifferigen Quadratzahl die Wurzel gezogen werden, so hat man vor Allem genau darauf zu achten, wie bei der Bildung einer Quadratzahl aus der Quadratwurzel verfahren wurde.

Dieses Verfahren giebt uns auch den nöthigen Aufschluß über das Verfahren beim Ausziehen der Quadratwurzel.

---

a) Ausziehen der Quadratwurzel aus 3- oder 4stelligen wirklichen Quadratzahlen.

Wirkliche oder vollkommene Quadratzahlen sind solche, aus welchen die Quadratwurzel so gezogen werden kann, daß am Ende **kein** Rest bleibt.

Wir haben weiter oben S. 137 aus der Quadratwurzel 34 durch Zerlegung die Quadratzahl 1156 gebildet. Wir wollen nun aus dieser Quadratzahl die Wurzel aufsuchen.

Die Wurzel muß nach dem, was weiter oben gesagt wurde, zweizifferig sein. Die zwei ersten Zahlen von rechts nach links (56) bilden die Wurzel-Einer, die zwei letzten zur Linken (11), bilden die Wurzel-Zehner.

Angeschrieben wird der Ansatz:

$$\sqrt{11'56} = (a)\ 30 \quad (e)\ 4 \;\Big\}\; 34\,(k)$$
$$(b)\ \ 900$$
$$(d)\ 2 \times 30 = 60 : (c)\ 256$$
$$240\ (f)$$
$$(g)\ 16$$
$$(h)\ 4 \times 4 = \quad (i)\ 16$$

Erklärung. Um die Quadratwurzel von den 11 Hunderten zu finden, muß man vor Allem die der Zahl 11 am nächsten gelegene Wurzelzahl aufsuchen, diese ist 3, denn 3 × 3 = 9 (4 × 4 = 16, dies wäre, wie leicht einzusehen, zu viel). Die Wurzel für die 11 Hunderter ist sonach 3 Zehner oder 30; denn 30 × 30 = 900 (30 ist in der Rechnung mit (a) 900 mit (b) bezeichnet). Ziehen wir diese 900 von der Quadratzahl 1156 ab, so bleibt noch 256 als Rest (siehe c).

Es ist nun noch die Einerzahl der Wurzel zu suchen. Auf S. 138 wo wir von der Bildung der Quadratzahl einer zweistelligen Wurzel sprachen, haben wir gehört, daß 1) nicht bloß die Quadratzahl des Zehners nöthig ist, zu deren Auffindung der Zehner der Wurzel mit sich selbst multiplicirt werden muß, was ja hier (a und b) geschehen ist, indem wir sagten 30 × 30 = 900, sondern daß 2) auch das doppelte Produkt des Einers und Zehners nöthig ist, und daß daher Einer und Zehner mit einander multiplicirt und das Doppelte des Produkts genommen werden muß. Den Zehner der Quadratwurzel kennen wir in dieser Berechnung bereits; er ist 30 (siehe a). Wir müssen diesen nun doppelt nehmen und dann sehen, wie oft der doppelt genommene Zehner in dem Reste 256 (siehe c) enthalten ist, um den Einer aufzufinden. Multiplicirt man hierauf den so eben gefundenen Einer mit dem doppelt genommenen Zehner, so erlangt man ja, wie bei der Bildung der Quadratzahl das doppelte Produkt des Einers und Zehners. Der Zehner 30 giebt aber doppelt genommen 2 × 30 = 60 (siehe in der Berechn. d). Dieser doppelt genommene Zehner (60) ist aber in dem Reste 256 (c) 4 mal enthalten; wir haben also auch 4 Einer (siehe e); denn 4 × 60 = 240 (siehe f)

(Bei der Bildung der Quadratzahl haben wir gesagt, daß sie 2) auch aus dem doppelten Produkte des Einers und Zehners besteht und dieses ist

$$30 \times 4 = 120 +$$
$$4 \times 30 = 120$$
$$\overline{240,}$$

also gerade so viel, als hier beim Ausziehen der Quadratwurzel (siehe f dieser Rechnung). Diese 240 werden nun von 256 abgezogen, und es bleibt dann noch als Rest 16 (siehe g).

Nach S. 138 muß bei der Bildung der Quadratzahl aber auch 3) noch der Einer mit sich selbst multiplicirt und hierdurch die Quadratzahl des Einers gesucht werden. Der Einer, den wir so eben aufgefunden haben, ist 4; die Quadratzahl hievon ist 4 × 4 (h) = 16 (i). Natürlich müssen auch wenigstens noch diese 16 in der Quadratzahl hier enthalten sein, wenn die Berechnung richtig sein soll,

und dies ist auch der Fall; denn 16 blieb übrig. Wenn man diese $4 \times 4 = 16$ hievon abzieht, so bleibt nichts als Rest. Die Quadratwurzel von 1156 ist demnach $30 + 4 = 34$.

Obige Berechnung etwas kürzer:

$\sqrt{11'56} = 34$
9
256
60 240
16
4^2 16

Das Verfahren ist nun kurz folgendes: 1) Man suche die Wurzel von der höchsten Klasse und schreibe sie an die Stelle des Quotienten. 2) Man schreibe das Quadrat derselben unter die höchste Klasse der Quadratzahl und ziehe ersteres von letzterem ab. 3) Zum Reste setze man die nächste Klasse herab; 4) man verdoppele den so eben gefundenen Wurzeltheil und setze ihn vor den Reste und dividire in denselben; den Quotienten setze man nun im Quadrat unter den Rest und ziehe hierauf wieder ab. 2c.

2) Ziehe aus folgenden Quadratzahlen die Quadratwurzeln aus!

a) $\sqrt{576}$	b) $\sqrt{9216}$	c) $\sqrt{7744}$
d) $\sqrt{3249}$	e) $\sqrt{6241}$	f) $\sqrt{5329}$
g) $\sqrt{4356}$	h) $\sqrt{4096}$	i) $\sqrt{1296}$
k) $\sqrt{441}$	l) $\sqrt{9025}$	m) $\sqrt{4761}$

b) Ausziehen der Quadratwurzel aus größeren vollkommenen Quadratzahlen.

1. Beispiel. Auf S. 138 bildeten wir aus der Quadratwurzel 463 die Quadratzahl 214369. Wir wollen nun aus dieser Quadratzahl die Quadratwurzel aufsuchen.

Ansatz: 21'43'69 Die zwei ersten Zahlen von rechts nach links (69) bilden die Wurzel-Einer, die zwei darauf folgenden (43) die Wurzelzehner, die zwei letzten zur Linken (21) die Wurzelhunderter.

Berechnung: 21|43|69 = a) 4000 | e) 6 | m) 3 → 463 r)
b) 160000
c) 54369
d) $2 \times 400 = 800$ f) 48000
g) 6369
h) $60 \times 60 =$ i) 3600
k) 2769
l) $2 \times 460 = 920$ n) 2760
o) 9
p) $3 \times 3 = 9$ q) 9

Erklärung: Zur Auffindung der Quadratwurzel von den 21 Zehntausenden muß man vor Allem die der Zahl 21 am nächsten gelegene Wurzel aufsuchen; diese ist 4, denn $4 \times 4 = 16$ ($5 \times 5 = 25$ wäre ja zu viel). Die Wurzel für die 21 Zehntausende ist sonach 4 Hunderte oder 400, in der Rechnung mit a bezeichnet, denn $400 \times 400 = 160000$ (siehe b). Zieht man diese 160000 von der Quadratzahl 214369 ab, so bleibt noch 54369 als Rest (s. c). Es ist nun die Zehnerzahl der Wurzel zu suchen, und es fragt sich, wie dies anzufangen sei?

Die auf S. 138 vorausgegangene Rechnung, in welcher wir die Quadratzahl aus der Wurzel bildeten, kann uns den Weg, den wir gehen müssen, zeigen. Wir haben aber dort nicht bloß die Quadratzahl der 4 Hunderte gebildet, sondern haben noch gehört, daß 2) auch das doppelte Product der Hunderte und Zehner nöthig ist, und daß daher Zehner und Hunderte mit einander multiplicirt werden müssen, um das Doppelte des Produkts nehmen zu können. Den Hunderter der Quadratwurzel kennen wir in dieser Berechnung; er ist 400 (siehe a). Wir müssen nun diesen zuerst doppelt nehmen und dann sehen, wie oft der doppelt genommene Hunderter in dem Reste 54369 enthalten ist, um den Zehner aufzufinden. Multiplicirt man hierauf den eben gefundenen Zehner mit dem doppelt genommenen Hunderter, so erlangt man ja, wie bei der Bildung der Quadratzahl das doppelte Produkt des Hunderters und Zehners. Die 4 Hunderter geben aber doppelt genommen 2 × 400 = 800 (siehe in der Berechnung d).

Diese 800 sind aber in dem Reste 54369 60 mal enthalten; wir haben also auch 60 Zehner (siehe e); denn 60 × 800 = 48000 (siehe f). (Ich muß hier darauf aufmerksam machen, daß bei der Bildung der Quadratzahl gesagt wurde, daß dieselbe auch aus dem doppelten Produkte des Hundertes und Zehners besteht, und dieses ist

$$\begin{array}{r} 60 \times 400 = 24000 + \\ 400 \times 60 = 24000 \\ \hline 48000, \end{array}$$

also gerade so viel, als wir hier beim Ausziehen der Quadratwurzel berechneten (siehe f dieser Rechnung). Diese 48000 werden nun von 54369 abgezogen und es bleibt dann als Rest 6369 (siehe g).

Nach S. 138 mußte bei der Bildung der Quadratzahl aber auch 3) der Zehner mit sich multiplicirt und hierdurch die Quadratzahl des Zehners gesucht werden. Der Zehner, den wir so eben aufgefunden haben, ist 60, die Quadratzahl hievon 60 × 60 (siehe h) = 3600 (siehe i). Zieht man nun diese 3600 von 6369 ab, so bleibt noch ein Rest von 2769 (siehe k).

Es ist jetzt noch die Einerzahl der Wurzel zu suchen. Die Rechnung auf S. 138, in welcher wir die Quadratzahl aus der Wurzel bildeten, zeigt uns wieder den hiezu einzuschlagenden Weg. Wir haben dort nicht bloß die Quadratzahl der Hunderte gebildet, *sondern auch noch das doppelte Produkt des Hunderters und Einers, sowie das doppelte Produkt des Zehners und Einers genommen.* Den Hunderter und Zehner kennen wir hier bereits; 400 + 60 = 460. Wir müssen nun diese 460 zuerst doppelt nehmen, und dann sehen, wie oft die doppelt genommenen Hunderter und Zehner in dem Reste 2769 (siehe k) enthalten sind, um hierdurch den noch unbekannten Einer aufzufinden. Multiplicirt man dann den so gefundenen Einer mit dem doppelt genommeuen Hunderter und Zehner, so erlangt man ja, wie bei der Bildung der Quadratzahl das

doppelte Produkt des Hunderters und Einers und des Zehners und Einers. Die 460 geben aber doppelt genommen 2 × 460 = 920 (siehe in der Berechnung l). Diese 920 sind in dem Reste 2769 dreimal enthalten; wir haben also auch 3 Einer (siehe m); denn 3 × 920 = 2760 (siehe n). (Bei der Bildung der Quadratzahl auf S. 138 haben wir ja gesehen bei c) 3 × 400 = 1200

bei c)	3	×	400	= 1200
bei g)	400	×	3	= 1200
bei f)	3	×	60	= 180
bei h)	60	×	3	= 180
				2760,

also gerade so viel, als wir hier beim Ausziehen der Quadratwurzel berechneten, (siehe n dieser Rechnung) Die 2760 werden nun von 2769 abgezogen und es bleibt dann als Rest 9 (siehe o).

Nach S. 138 muß bei der Bildung der Quadratzahl auch endlich noch der Einer mit sich multiplicirt werden. Der erst aufgefundene Einer ist 3 (siehe m); die Quadratzahl hievon ist 3 × 3 (siehe p) = 9 (siehe q). Diese 9 müssen natürlich wenigstens noch in der Quadratzahl enthalten sein, wenn die Berechnung richtig sein soll und dies ist hier auch der Fall; denn 9 blieb ja übrig (siehe o). Wenn man nun diese 3 × 3 = 9 hievon abzieht, so bleibt als Rest nichts. Die Quadratwurzel von 214369 ist sonach 463 (siehe r).

Berechnung des obigen Beispiels auf etwas kürzere Weise:

```
√21'43'69 = 463
 16
 ————
 8 : 543
      48
    —————
      6369
 6²    36
    ——————
 92 : 2769
       276
     —————
          9
 3²       9
     ———————
```

Das Verfahren ist in kurzen Worten zusammengefaßt folgendes: 1) Man suche die Wurzel von der höchsten Klasse und schreibe sie an die Stelle des Quotienten. 2) Man schreibe das Quadrat derselben unter die höchste Klasse. 3) Man ziehe das Quadrat von der höchsten Klasse ab und schreibe zu dem etwaigen Reste die nächsten Klassen herunter. 4) Man verdoppele den eben gefundenen Wurzeltheil, setze ihn vor den Rest und dividire mit dem verdoppelten Wurzeltheil in den Rest. 5) Von dem herausgekommenen Quotienten (hier 6) nehme man die Quadratzahl (36) und ziehe dieselbe von dem Reste ab. 6) Man nehme nun das Doppelte des Wurzel-Hunderters und Zehners (460 × 2 = 920) und dividire mit diesen 920 in die 2769. Der Wurzel-Einer ist gann 3; denn 3 × 920 = 2760. 7) Man suche dann den Rest; 8) Man suche hierauf die Quadratwurzel von dem Rest; diese ist hier 3 2c.

2. Beispiel: Welches ist die Quadratwurzel von 68492176?

Berechnung: $\sqrt{68'49'21'76} = 8276$

```
                         64
                        ----
      2 × 8 = 16     :  449
                        320
                        ----
                        129
             2²           4
                        ------
    2 × 82 = 164     :  12521
                         1148
                        ------
                         1041
             7²            49
                        -------
   2 × 827 = 1654    :  99276
                        99240
                        -------
                           36
             6²            36
                        -------
                          --
```

Wenn die vorhergehenden Erklärungen von den Schülern aufgefaßt worden sind, so ist hier eine weitere Erklärung wohl nicht nöthig, weßhalb sie zur Ersparung des Raumes unterbleibt.

Das Verfahren kann auch noch mehr abgekürzt werden, wie aus der nachfolgenden abgekürzten Berechnung der obigen Aufgabe zu ersehen ist.

$\sqrt{68'49'21'76} = 8276$

```
         64
        -----
162 :   449
        324
       -------
1647 :  12521
        11529
       ---------
16546 :  99276
         99276
       ---------
         -----
```

Die Abkürzung besteht darin, daß zu dem doppelten Quotienten der höchsten Klasse (dieser Quotient ist hier 8, doppelt also 16) zugleich der Quotient der darauf folgenden Klasse 2 beigesetzt wird, welches 2 ja hier auf diese Weise auch mit sich selbst multiplicirt wird und ein Quadrat bildet. 2c.

Ich kann übrigens solchen Abkürzungen durchaus nicht das Wort reden, da bei häufiger Anwendung derselben ein mechanisches Rechnen herbeigeführt wird, welches sich gar leicht wieder vergißt, und da denn doch hierdurch keine große Zeitersparniß erzielt wird.

3. Beispiel. Ziehe aus der Quadratzahl 143641 die Quadratwurzel aus!

Berechnung: $\sqrt{14'36'41} = 379$

$$\begin{array}{rr} & 9 \\ \hline 6: & 536 \\ & 42 \\ \hline & 116 \\ 7^2 & 49 \\ \hline 74: & 6741 \\ & 666 \\ \hline & 81 \\ 9^2 & 81 \\ \hline \end{array}$$

Hier sollte man glauben, da 6 8 mal in 536 enthalten ist, daß der Quotient 7 zu gering sei; allein dieser Quotient 7 muß ja auch mit sich selbst multiplicirt werden und giebt dann noch 49, worauf, wenn diese 49 von dem Reste 116 abgezogen werden, 67 als fernerer Rest übrig bleibt. Würde man 60 in 536 8 mal nehmen, so würde der Quotient zu groß sein, denn $60 \times 8 = 480$; das Quadrat von 8 giebt hiezu noch 64; $480 + 64 = 544$; 544 kann aber nicht weggenommen werden, wenn nur 536 vorliegen. Hieraus wird ersichtlich sein, daß der Quotient 8 offenbar zu groß wäre. Es geht nun aus dieser Darstellung hervor, daß beim Wurzelausziehen, dem gewöhnlichen Dividiren ganz widersprechend, oft ein Rest zum Vorschein kommt, der größer ist, als der angewendete Divisor. Es sind die Schüler hierauf besonders aufmerksam zu machen.

3) Ziehe die Quadratwurzel aus folgenden Quadratzahlen aus!

a) $\sqrt[2]{2274064}$	b) $\sqrt[2]{369664}$	c) $\sqrt{73034116}$
d) $\sqrt{700569}$	e) $\sqrt{99856}$	f) $\sqrt{1437601}$
g) $\sqrt{24137569}$	h) $\sqrt{131769}$	i) $\sqrt{226576}$
k) $\sqrt{31775769}$	l) $\sqrt{57699216}$	m) $\sqrt{24850225}$

---

c) Ausziehen der Quadratwurzel aus unvollkommenen Quadratzahlen.

Die wenigsten der Quadratzahlen sind vollkommene oder wirkliche, d. h. solche, bei denen am Ende kein Rest bleibt. Wenn nun aber beim Ausziehen der Wurzel ein Rest übrig bleibt, so ist dies eine Anzeige, daß die gegebene Zahl keine reine Quadratzahl ist; solche Quadratzahlen nennt man nun unvollkommene; bei solchen kann man aber die Wurzel nie vollkommen, sondern nur annäherungsweise, indessen doch so genau finden, als es in der Anwendung nöthig ist. Man nennt solche Wurzel Irrationalzahlen, d. h. solche Zahlen, die weder durch ganze, noch durch Bruchzahlen vollständig dargestellt werden können.

Das Verfahren, aus solchen unvollständigen Quadratzahlen die Wurzel zu ziehen, ist kein anderes, als das bisher gezeigte; darum bedarf es auch keiner besonderen Erklärung. Das Einzige, was zu merken, ist das, daß man an den letzten Rest nach und nach so viele Paare von Nullen zu hängen hat, als man in der Quadratwurzel Decimalstellen haben will. Für jedes

Paar der angehängten Nullen wird dann in der *Wurzel* **eine** *Decimalstelle abgeschnitten*. So viele Paare von Nullen man demnach angehängt hat, so viele Decimalstellen müssen in der Wurzel abgeschnitten werden.

Beispiel. Ziehe aus der Zahl 3 die Wurzel!

Berechnung: $\sqrt{3} = 1{,}73205 \ldots.$

```
                    1
                  ----
2 × 1 = 2:         200
                   14
                  -----
                   60
      7²           49
                  -----
     34:          1100
                   102
                  -----
                    80
      3²             9
                  -----
    346:          7100
                   692
                  -----
                   180
      2²             4
                  -----
   3464:         17600
                 00000
                 ------
  34640:       1760000
               173200
               -------
                 28000
      5²            25
               -------
                 27975
```

Die nächst kleinste Wurzelzahl von der Zahl 3 ist 1; 1 × 1 = 1; 1 von 3 bleibt 2 Rest; an diesen Rest werden 2 Nullen gehängt; es werden aus 2 dann 200. Hierauf verfährt man gerade wieder so, wie bei den weiter oben erklärten Exempeln. Die Wurzel aus 3 ist nach dieser Berechnung 1,73205 ....

4) Ziehe aus folgenden Zahlen die Wurzel aus!

a) $\sqrt{2}$ ...	b) $\sqrt{12}$ ...	c) $\sqrt{4258}$ ...
d) $\sqrt{74}$ ...	e) $\sqrt{815}$ ...	f) $\sqrt{7}$ ...
g) $\sqrt{1847}$ ...	h) $\sqrt{280}$ ...	i) $\sqrt{4122}$ ...
k) $\sqrt{638}$ ...		

d) Ausziehen der Quadratwurzel aus einem Decimalbruche.

Wenn man aus einem Decimalbruche die Quadratwurzel ausziehen will, so theilt man die *Decimalen* auch in *zweizifferige Klassen*, aber *nicht wie die Ganzen von rechts nach links*, sondern *umgekehrt von links nach rechts*. Kommt es vor, daß bei dieser Eintheilung die letzte Klasse der Decimalen nur *eine* Ziffer erhält, welches dann der Fall ist, wenn der Decimal-

bruch nicht eine gerade Anzahl von Stellen hat, so **ersetzt man die fehlende zweite Ziffer dadurch**, daß man **rechts noch eine Null anhängt**. Hat der Decimalbruch keine Ganzen, so können natürlich auch in der Quadratwurzel keine Ganzen vorkommen; es sind daher alle gefundenen Ziffern der Wurzel Decimalen, und zwar gerade so viele, als Paare von Decimalen in dem Decimalbruche vorhanden sind.

Sind im **Decimalbruche** zugleich auch **Ganze**, so werden diese Ganzen, wie bei den früheren Berechnungen, von **rechts nach links in Klassen eingetheilt**.

Das übrige Verfahren unterscheidet sich von dem, das beim Ausziehen der Quadratwurzel aus Ganzen beobachtet wird, gar nicht, weßhalb nicht lange Erklärungen über die berechneten Exempel nöthig sind.

1. **Beispiel.** Ziehe die Quadratwurzel aus 0,2025!

Ansatz und Berechnung:

$\sqrt{0,20'25} = 0,45$

16
8 : 425
40
25
5^2 25

Die Wurzel aus 0 Ganzen = 0; die Wurzel aus 20 (Hunderten) giebt 4 (Zehntel), das Quadrat von 4 = 16, diese 16 von den 20 abgezogen, bleibt 4 (Hundertel); hiezu die nächste Klasse giebt 425 2c.

2. **Beispiel.** Welches ist die Quadratwurzel von 3,74809?

Ansatz und Berechnung: $\sqrt{3',74'80'90} = 1,9359\ldots$

1
2 : 274
18
94
9^2 81
38 : 1380
114
240
3^2 9
386 : 23190
1930
3890
5^2 25
3870 : 386500
34830
38200
9^2 81
38119

5) Ziehe aus folgenden Decimalen die Quadratwurzel aus:

a) $\sqrt{0{,}000025}$ b) $\sqrt{0{,}038416}$ c) $\sqrt{0{,}081225}$
d) $\sqrt{0{,}000256}$ e) $\sqrt{17{,}5}$ f) $\sqrt{0{,}00318}$
g) $\sqrt{23{,}5}$ h) $\sqrt{0{,}123}$ i) $\sqrt{120583{,}3195}$
k) $\sqrt{57{,}198969}$

---

c) Ausziehen der Quadratwurzel aus gemeinen Brüchen.

Wenn aus einem gewöhnlichen Bruche die Quadratwurzel ausgezogen werden soll, so fragt es sich, ob sowohl der Zähler, als auch der Nenner ein vollständiges Quadrat ist. Ist dieses der Fall, so zieht man die Wurzel sowohl aus Zähler, als auch aus Nenner und schreibt auch den Wurzelzähler wieder als Zähler, den Wurzelnenner als Nenner an.

1. Beispiel. Welches ist die Quadratwurzel von $\frac{4}{9}$?

Berechnung: $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$.

Wenn aber Zähler und Nenner oder einer von beiden nicht vollständige Quadrate sind, so thut man besser, wenn man den gemeinen Bruch in einen Decimalbruch verwandelt und dann erst das Ausziehen der Quadratwurzel vornimmt.

2. Beispiel. Welches ist die Quadratwurzel von $\frac{3}{7}$?

Berechnung: $\frac{3}{7} = 0{,}428571\ldots$

$\sqrt{0{,}'42'85'71} = 0{,}65465\ldots$

```
          36
       ---------
12       685
          60
       ---------
          85
5²        25
       ---------
130      6071
          520
       ---------
          871
4²         16
       ---------
1308     85500
          7848
       ---------
          7020
6²          36
       ---------
13092   698400
         65460
       ---------
         44800
5²          25
       ---------
         44775
```

Soll aus einer gemischten Zahl die Quadratwurzel gezogen werden, so verwandelt man vorher die gemischte Zahl in einen unechten Bruch. Sind Zähler und Nenner desselben vollständige Quadrate, so zieht man aus beiden sogleich die Wurzel, wie es im 1. Beispiele geschehen ist; sind aber Zähler und Nenner, oder einer von beiden keine vollständigen Quadrate, so verwandelt man den gemeinen Bruch vorher in einen Decimalbruch, wie es im 2. Beispiele geschehen ist.

3. **Beispiel.** Welches ist die Quadratwurzel von $5\frac{1}{16}$?

Berechnung: $\sqrt{5\frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{81}{16}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{16}} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$.

4. **Beispiel.** Welches ist die Quadratwurzel von $10\frac{5}{11}$?

Berechnung: $\sqrt{10\frac{5}{11}} = \sqrt{10{,}45'45} = 3{,}2333\ldots$

```
             9
        ---------
  6:       145
           12
         -------
            25
  2²         4
         ---------
  64:       2145
             192
         ---------
             225
  3²           9
         ----------
  646 :      21600
              1938
         ----------
              2220
  3²             9
         -----------
  6466 :      221100
               19398
         -----------
               27120
  3²               9
         -----------
               27111
```

6) Ziehe die Quadratwurzel aus folgenden Bruchzahlen aus:

a) $\frac{64}{81}$ b) $\frac{25}{30}$ c) $6\frac{1}{4}$ d) $\frac{121}{144}$ e) $4\frac{4}{9}$

f) $7\frac{7}{8}$ g) $\frac{4}{5}$ h) $\frac{9}{16}$ i) $11\frac{10697}{61504}$ k) $\frac{5}{9}$

l) $\frac{7}{8}$ m) $2\frac{7}{9}$ n) $5\frac{2}{3}$

f) Ausziehen der Quadratwurzel aus den Factoren eines Products.

Wenn die Factoren vollkommene Quadratzahlen sind, so zieht man die Quadratwurzel, ehe man die Factoren multiplicirt, aus denselben und multiplicirt dann die daraus entstehenden Factoren der Quadratwurzel.

Beispiel: Welches ist die Quadratwurzel von 16×49?

Berechnung: $\sqrt{16} = 4$; $\sqrt{49} = 7$; $4 \times 7 = 28$.

Daß dieses Verfahren kürzer ist. als wenn man erst beide Factoren multiplicirt ($16 \times 49 = 784$) und aus dem dadurch entstehenden Product erst die Wurzel zieht, ist wohl leicht einzusehen.

7) Welches ist die Quadratwurzel:
a) von 64×81? b) von 36×9?
c) von 25×100? d) von 100×121?
e) von $25 \times 36 \times 49 \times 64$?

---

g) Angewandte Beispiele:

8) Ein Officier stellt die Soldaten seines Commandos, an der Zahl 729 Mann, so auf, daß jedes Glied so viele Mann zählt, als es Glieder sind; wie viele Mann stehen in jedem?

9) Ein Garten hat die Form eines Quadrates und hat 230 □° 1 □′ Inhalt; wie groß ist die Länge?

10) Wie groß ist die Seite eines Quadrats, welches so groß ist, als 4 Quadrate zusammen, die zu Längen 3′, 4′, 12′ und 84′ haben?

11) Ein Geizhals will 5000 Ducaten in Form eines Quadrats legen; wie viel werden in eine Seite kommen, und wie viel werden übrig bleiben?

12) Ein ganz viereckiger (quadratischer) Saal hat einen Flächeninhalt von 2401 □′; wie lang und breit ist derselbe?

13) Man fragt Jemanden nach seinem Alter; er giebt zur Antwort: Wenn man die Zahl meiner Jahre mit sich selbst multiplicirt, so erhält man 1225 Jahre; wie alt war er?

14) Wie groß ist die Seite eines □förmigen Platzes von 101283,0625 □′?

15) Ein viereckiger Garten soll mit 1024 Bäumen bepflanzt werden, so daß jede Baumreihe so viele Bäume erhalte, als es Baumreihen giebt; wie viele Bäume zählt jede Baumreihe?

16) Ein General stellt seine Division, die aus 8649 Mann besteht, in

ein volles Quadrat; wie viele Mann kommen in eine Reihe zu stehen?

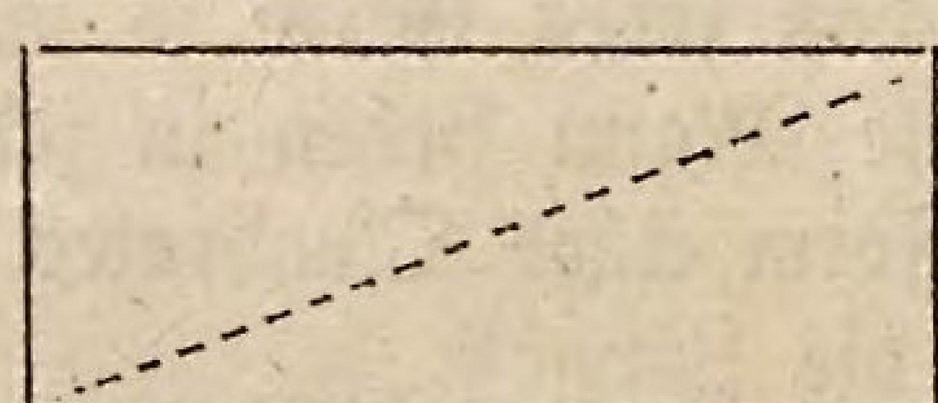
17) Zur Auslegung des Bodens eines viereckigen Teiches sind 576 Steinplatten von 3′ 5″ Länge und gleicher Breite nöthig; wie lang und breit ist der Teich?

18) Ein Quadrat hat zur Grundlinie 9,24 Meter, ein zweites 8,75 Meter. Wie groß ist die Seite eines Quadrats, welches dem Inhalte der beiden Quadrate zusammen genommen gleich ist?

19) Von einem rechtwinklichen Dreiecke ist die eine Kathete = 75,5′ und die andere Kathete = 96,8′; wie groß ist die Hypothenuse?

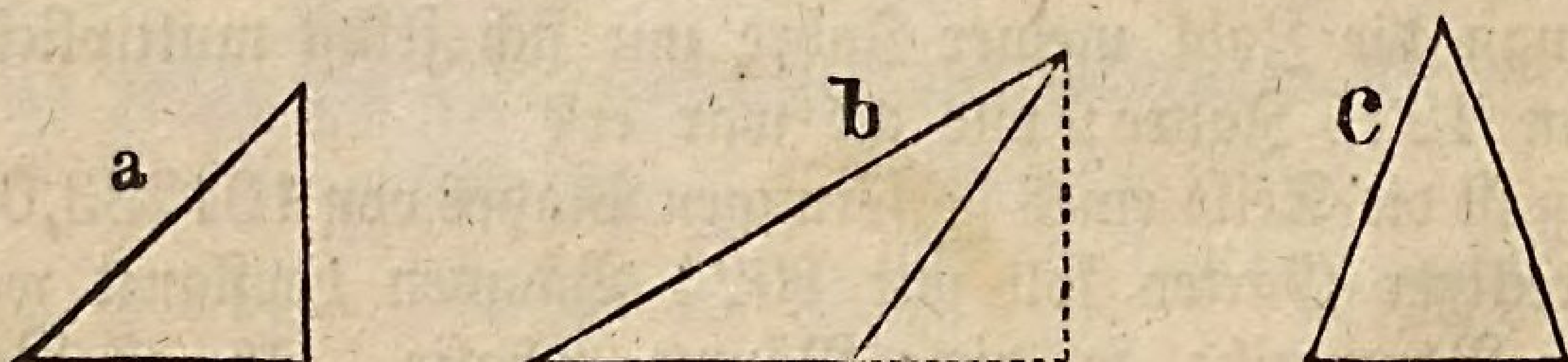
Zur Verständigung dieser und mehrerer der folgenden Aufgaben wird es nöthig sein, hier folgende Erläuterungen der Berechnung vorauszuschicken:

Eine Fläche, die nach allen Seiten begrenzt ist, nennt man Figur. Sind der begrenzenden Linien der Figur mehrere, so heißt die ganze Grenze Perimeter (Umfang); besteht aber die Grenze nur aus einer einzigen krummen Linie, so heißt diese Grenze Peripherie (Umkreis). Die einzelnen Linien einer Figur, die aus mehreren Linien besteht, nennt man Seiten, die Winkel, welche diese Linien bilden, Ecke, und eine gerade Linie, die man so von der einen Ecke zu der andern zieht, daß sie mit keiner Seite zusammenfällt, heißt Diagonale, siehe die folgende Figur.



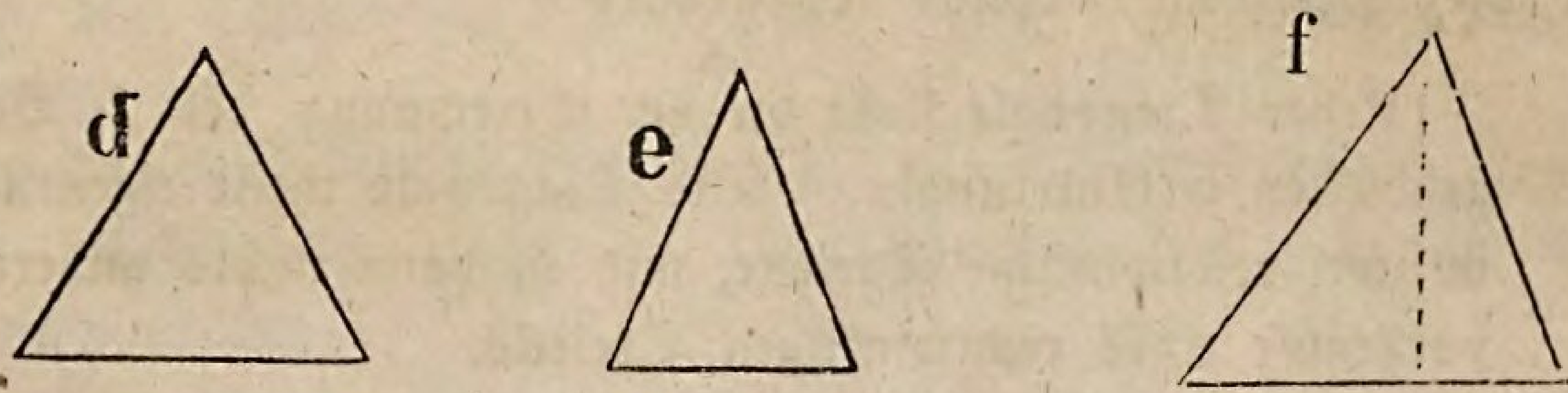
Die Punkte deuten die Diagonale an.

Ist eine Figur von drei Seiten begrenzt, so heißt sie Dreieck, ist sie von vier Seiten begrenzt, Viereck, ist sie von mehr, als vier Seiten begrenzt, Vieleck, (Polygon). Rechtwinklig ist das Dreieck (Figur a), wenn es einen rechten, stumpfwinklig (s. Fig. b) heißt es, wenn es einen stumpfen, spitzwinklig aber (s. Fig. c), wenn es lauter spitzige Winkel enthält.

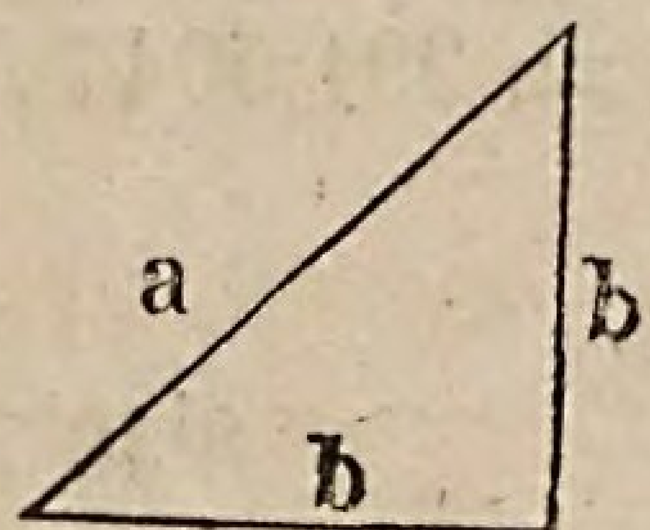


Gleichseitig heißt das Dreieck, wenn alle drei Seiten einander gleich sind, (siehe Figur d), gleichschenklicht, wenn nur 2 Seiten einander

gleich sind, (s. Fig. e) ungleichseitig aber, wenn keine Seite der andern gleich ist (s. Fig. f).



Bei dem rechtwinklichten Dreiecke heißt die Seite welche dem rechten Winkel gegenüber liegt, Hypothenuse (a), die beiden andern Seiten aber, die den rechten Winkel bilden, nennt man Katheten (b)



In dem oben gegebenen Beispiele ist nun die eine Kathete 75,5′, und die andere 96,8′ lang, und es wird gefragt, wie groß die Hypothenuse sei. Die Geometrie erweist aber, daß die Summa der Quadrate von beiden Katheten dem Quadrate der Hypothenuse ganz gleich ist. Wir haben demnach hier 1) das Quadrat der beiden Katheten zu bilden, 2) beide Quadrate zu addiren und 3) aus der Summe die Wurzel zu ziehen, welche sonach die Größe der Hypothenuse angiebt.

$$75{,}5^2 = 5700{,}25$$
$$96{,}8^2 = 9370{,}24$$
$$\text{Summa} \quad 15070{,}49$$

$$\sqrt{1'50'70,'49} = 122{,}76\,..$$

```
            1
2 :       - 50
            4
           10
2²          4
24 :       670
            48
           190
2²           4
244 :     18649
          1708
          1569
7²          49
2454 :   152000
          14724
           4760
6²           36
           4724
```

Abgekürzt:

$$\sqrt{1'50'70,'49} = 122{,}76\ldots$$

```
            1
22        - 50
            44
242 :      670
           484
2447 :   18649
         17129
24546 :  152000
         147276
           4724
```

20) Von einem Quadrate ist jede Seite = 206,125 Fuß; wie groß ist die Diagonale dieses Quadrats?

(Ueber Diagonale siehe die der Berechnung des 1. Beispiels vorausgeschickten Erläuterungen.) Die Diagonale theilt eigentlich ein Quadrat in zwei rechtwinklige Dreiecke, und ist dann nichts anderes, als die Hypothenuse eines rechtwinkligen Dreiecks.

$206{,}125^2 = 42487{,}515625$
$206{,}125^2 = 42487{,}515625$

Summa: 84975,031250

$\sqrt{8'49'75,'03'12'50} = 291{,}5047\ldots$

	4
4 ·	449
	36
	89
9^2	81
58 ·	875
	58
	295
1^2	1
582 :	29403
	2910
	303
5^2	25
5830 :	27812
	0
58300 :	2781250
	233200
	449250
4^2	16
583008 :	44923400
	4081056
	4112840
7^2	49
	4112791

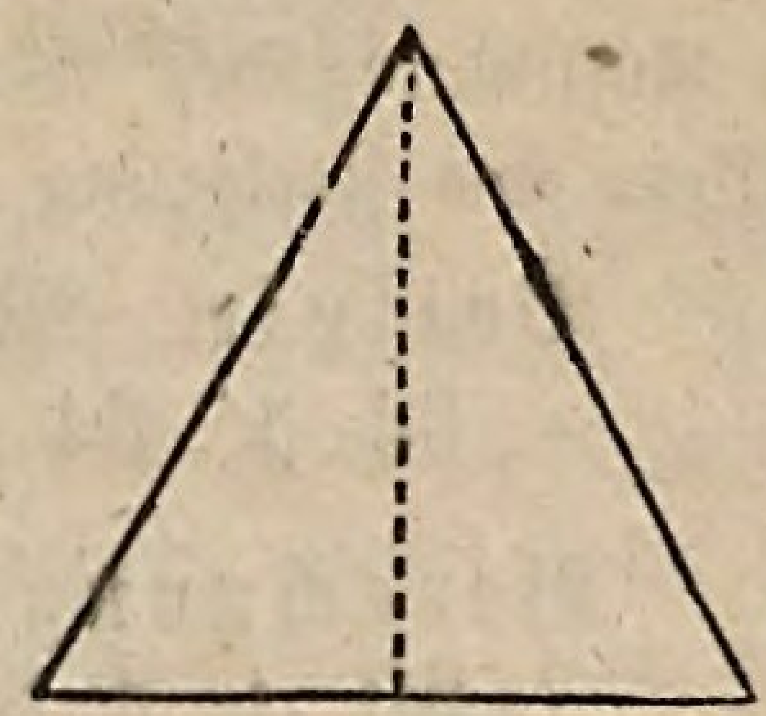
Abgekürzt:

$\sqrt{8'49'75',03'12'50} = 291{,}5047\ldots$

	4
49 :	449
	441
581 :	875
	581
5825 :	29403
	29125
5830 :	27812
	0
583004 :	2781250
	2332016
5830087 :	44923400
	40810609
	4112791

21) Ein rechtwinkliges Zimmer ist 24 Fuß lang und 16 Fuß breit; wie groß ist die Diagonale des Bodens (von einem Ecke in das gegenüberliegende)?

22) Auf ein 36 Fuß breites Haus soll ein 12 Fuß hohes Dach gesetzt werden. Wie lang müssen die Dachsparren sein, wenn sie 2 Fuß Vorsprung erhalten?



(Wenn ich mir von dem Giebel des Daches eine senkrechte Linie herablaufend denke, die in der nebenstehenden Figur durch Punkte angedeutet ist, so sind 1) diese herablaufende senkrechte Linie und 2) die halbe Breite des Daches die beiden Katheten, der Dachsparren aber ist die Hypothenuse. Es sind demnach das Quadrat der halben Breite des Hauses (18^2) und das Quadrat der Höhe (12^2) zu suchen und beide Quadrate zusammen zu zählen. Hierauf zieht man aus der Summa die Wurzel und zählt dann die 2 Fuß Vorsprung des Dachsparrens dazu.)

23) Wie groß ist die Seite eines Dambrettes, das $2\frac{1}{4}$ Quadratschuh hält?

24) Ein Dambrett ist auf jeder Seite $15\frac{1}{2}$ Zoll lang; wie lang müßte jede Seite eines anderen Dambrettes sein, dessen Flächeninhalt gerade nur halb so groß als jenes wäre?

III. Cubikzahlen und ihre Wurzeln.

1) Von der Bildung der Cubikzahlen.

Ein Cubus oder Würfel ist ein Körper von sechs Grenzflächen, die lauter gleiche Quadrate sind; ein Cubus ist daher von gleicher Länge, Breite und Höhe oder Dicke. Ist hiernach ein Cubus 2 Zoll lang, so ist er auch eben so breit und hoch, und daher beträgt der körperliche Inhalt desselben $2 \times 2 \times 2$. Den cubischen oder körperlichen Inhalt erhält man sonach, wenn man die Länge, Breite und Höhe oder Dicke mit einander multiplicirt.

Ein jedes Produkt, das aus drei gleichen Faktoren entstanden, ist eine Zahl der dritten Potenz oder eine Cubikzahl, auch wohl bloß Cubus genannt. Wenn daher eine Zahl zur Cubikzahl erhoben werden soll, so muß sie dreimal als Faktor gesetzt, daher zweimal mit sich selbst multiplicirt werden, z. B.

$4 \times 4 \times 4$ oder $4^3 = 64$

$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$ oder $(\frac{2}{3})^3 = \frac{8}{27}$

$1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2}$ oder $(\frac{3}{2})^3 = \frac{27}{8} = 3\frac{3}{8}$

Die Grund- oder Wurzelzahlen in den obigen drei Beispielen sind 1) 4, 2) $\frac{2}{3}$ und 3) $1\frac{1}{2}$; die berechneten Cubikzahlen aber sind im 1) 64, im 2) $\frac{8}{27}$, im 3) $\frac{27}{8} = 3\frac{3}{8}$.

Wie wir bei der Bildung der Quadratzahlen die zwei- oder mehrstelligen Grund- oder Wurzelzahlen zerlegten und dann erst durch Multiplication dieser zerlegten Zahlen die Quadratzahl aufsuchten, um hierdurch den Weg zu finden, der bei dem Ausziehen der Quadratwurzel eingehalten werden muß, so soll auch zur Auffindung des Wegs, den wir beim Ausziehen der Cubikwurzel einschlagen müssen, eine Zerlegung der Grundzahlen vorgenommen werden.

Beispiel. Welches ist die Cubikzahl von der Cubikwurzel $34^3 = 34 \times 34 \times 34 = 39304$.

Berechnung durch Zerlegung:
$30 + 4 \times 30 + 4 \times 30 + 4$.

Ausführung:

a)	30	×	30	×	30	=	27000
b)	30	×	30	×	4	=	3600
c)	30	×	4	×	4	=	480
d)	4	×	30	×	30	=	3600
e)	4	×	30	×	4	=	480
f)	4	×	4	×	30	=	480
g)	30	×	4	×	30	=	3600
h)	4	×	4	×	4	=	64

Die Cubikzahl ist hiernach 39304 wie oben.

Hieraus geht hervor, daß der Cubus einer zweitheiligen Zahl ermittelt werden kann:

1) aus der Cubikzahl des ersten Theils, siehe a) 27000
2) aus der dreifachen Quadratzahl des ersten Theils, multiplicirt durch den zweiten Theil, siehe b) 3600
" d) 3600
" g) 3600
3) aus der dreifachen Quadratzahl des zweiten Theiles, multiplicirt durch den ersten Theil, siehe c) 480
" e) 480
" f) 480
4) aus der Cubikzahl des zweiten Theils siehe h) 64

Der Cubus oder die Cubikzahl von 34 ist demnach 39304

Jede mehrzifferige Wurzel kann als eine zweizifferige dargestellt werden, z. B. 376 = 370 + 6 und die oben angeführten Theile der Cubikzahl heißen hier: $370^3 + 3 \times 370^2 \times 6 + 3 \times 6^2 \times 370 + 6^3$

25) Bilde nun aus folgenden Wurzelzahlen durch Zerlegung die Cubikzahlen!

a) aus 32 b) aus 74 c) aus 96
d) aus 343 e) aus 106 f) aus 23

2) Von dem Ausziehen der Cubikwurzel.

Wir haben bei der Bildung der Cubikzahlen ersehen, daß man dieselbe nur dann auffinden kann, wenn man die Cubikwurzel weiß, weil die Cubikzahl aus der Wurzel durch Multiplication erst gewonnen wird. Umgekehrt kann man eine Cubikwurzel nur dann ausziehen, wenn man die Cubikzahl vorher kennt, aus welcher sie gezogen werden soll. Um nun aus einer gegebenen Cubikzahl ihre Wurzel zu finden, dürfen wir den Weg, den wir beim Bilden der Cubikzahlen einschlugen, nur rückwärts machen.

Um aber das Verfahren kennen zu lernen, das wir beim Ausziehen der Cubikwurzel zu beobachten haben, müssen wir uns zuvörderst die Entstehung der Cubikzahl klar zu machen suchen.

V. d. Cubikw.	1	ist d. Cubikzahl	1;	denn	1 ×	1 ×	1 =	1
" " "	2	" " "	8;	"	2 ×	2 ×	2 =	8
" " "	3	" " "	27;	"	3 ×	3 ×	3 =	27
" " "	4	" " "	64;	"	4 ×	4 ×	4 =	64
" " "	5	" " "	125;	"	5 ×	5 ×	5 =	125
" " "	6	" " "	216;	"	6 ×	6 ×	6 =	216
" " "	7	" " "	343;	"	7 ×	7 ×	7 =	343
" " "	8	" " "	512;	"	8 ×	8 ×	8 =	512
" " "	9	" " "	729;	"	9 ×	9 ×	9 =	729
" " "	10	" " "	1000;	"	10 ×	10 ×	10 =	1000
" " "	99	" " "	970299;	"	99 ×	99 ×	99 =	970299
" " "	100	" " "	1000000;	"	100 ×	100 ×	100 =	1000000
" " "	999	" " "	997002999;	"	999 ×	999 ×	999 =	997002999

Bemerk. Die Cubikzahlen von den Cubikwurzeln 1 — 9 sind dem Gedächtnisse recht gut einzuprägen.

Aus dieser Zusammenstellung geht hervor, daß

1) die kleinste einziffrige Wurzel (1) nur 1 Cubikzahl fordert,
die größte " " (9) aber 3 Cubikzahlen,
2) die kleinste zweiziffrige " (10) 4 Cubikzahlen hat,
die größte " " (99) aber sechs "
3) die kleinste dreiziffrige " (100) sieben Cubikz. "
die größte " " (999) neun " "

Hierauf gründet sich nun die beim Ausziehen der Cubikwurzel erforderliche Eintheilung der Cubikzahl in Klassen von 3 Stellen, welche von rechts nach links durch einen Strich abgetheilt werden, wie dies auch bei den Quadratzahlen geschehen ist. Die letzte Klasse links, welches die höchste ist, kann auch wohl nur aus 2, ja selbst nur aus einer Stelle bestehen.

In der Cubikzahl 78'432 bezeichnet die erste Klasse rechts die Einer, die zweite links die Zehner. Die Wurzel der Zehner muß 4 (40) sein; denn 4 × 4 × 4 = 64, 5 × 5 × 5 wäre zu viel, weil dies = 125 ist.

Um nun den nöthigen Aufschluß über das Verfahren beim Ausziehen der Cubikwurzel und über die Gründe dieses Verfahrens zu erhalten, hat man vor Allem auf das Verfahren bei der Bildung einer Cubikzahl aus einer Cubikwurzel sein Augenmerk zu richten.

---

a) Ausziehen der Cubikwurzel aus 4, 5 und 6 stelligen wirklichen Cubikzahlen.

Wirkliche oder vollkommene Cubikzahlen sind solche, aus welchen die Cubikzahl so gezogen werden kann, daß am Ende kein Rest bleibt.

Weiter oben S. 156 wurde aus der Cubikwurzel 34 durch Zerlegung die Cubikzahl 39304 gebildet. Jetzt soll aus dieser Cubikzahl die Wurzel gezogen werden.

Die Wurzel muß nach dem Vorausgegangenen zweizifferig sein. Die drei ersten Zahlen von rechts nach links (304) bilden die Wurzel-Einer, die zwei letzten zur Linken (39) bilden die Wurzel-Zehner.

Ansatz $\sqrt[3]{39'304}$

Berechnung:	$\sqrt[3]{39'304}$ =	a) 30, e) 4 } n) 34
	b) 27000	
d) $3 \times 30^2 = 2700$:	c) 12304	
	f) 10800	
	g) 1504	
h) $3 \times 4^2 \times 30 =$	i) 1440	
	k) 64	
l) 4^3	m) 64	

Erklärung: 1) Um die Cubikzahl von den 39 Tausenden zu finden, muß man die der Cubikzahl 39 am nächsten gelegene niederigere Cubikwurzel aufsuchen; diese ist 3; denn 3 × 3 × 3 = 27 (4 × 4 × 4 = 64 wäre ja viel zu viel). Die Wurzel für die 39 Tausende ist sonach 3 Zehner oder 30; denn 30 × 30 × 30 = 27000 (30 ist in der Rechnung mit a), 27000 mit b) bezeichnet). Ziehen wir diese 27000 von 39304 ab, so bleibt ein Rest von 12304 (siehe c).

2) Es ist nun noch die Einerzahl der Wurzel zu suchen. Auf S. 156 wo wir von der Bildung der Cubikzahl einer zweistelligen Wurzel sprachen, wurde an-

gedeutet, daß 1) nicht bloß die Cubikzahl des Zehners nöthig ist, die ja schon aufgesucht ist (siehe b), sondern daß 2) auch die dreifache Quadratzahl des Zehners mit dem Einer multiplicirt werden muß. Den Zehner der Cubikwurzel haben wir schon, er ist 3 (30) (siehe a). Wir müssen das Quadrat desselben nun dreifach nehmen und dann sehen, wie oft dieses dreifach genommene Quadrat des Zehners in dem Reste 12304 (siehe c) enthalten ist, um den Einer aufzufinden. Das Quadrat von 30 $(30^2) = 30 \times 30 = 900$, dreifach genommen $3 \times 900 = 2700$ (siehe d); diese 2700 sind im Rest 12304 4mal enthalten (siehe e); denn $4 \times 2700 = 10800$ (siehe f). (Bei der Bildung der Cubikzahl S. 156 haben wir gesehen, das dreifache Quadrat des Zehners multiplicirt mit dem Einer $= 3600 + 3600 + 3600 = 10800$, wie hier bei f). Zieht man diese 10800 von den 12304 (siehe c) ab, so bleibt ein Rest von 1504 (siehe g).

3) Es wurde aber S. 156 bei der Bildung der Cubikzahl 3) gesagt, daß auch das 3fache Quadrat des Einers mit dem Zehner multiplicirt werden muß. Das Quadrat des Einers 4 ist $4 \times 4 = 16$, dreifach genommen $3 \times 16 = 48$ diese 3×4^2 multiplicirt mit dem Zehner $30 = 48 \times 30$ (siehe h) $= 1440$ (siehe i); diese 1440 von 1504 (siehe g) abgezogen, bleibt noch 64 Rest. (Bei der Bildung der Cubikzahl S. 156 haben wir gesehen, die dreifache Quadratzahl des Einers 4, multiplicirt mit dem Zehner $(30) = 480 + 480 + 480 = 1440$, (wie hier bei i).

4) Nun ist aber nach S. 156 bei der Bildung der Cubikzahl noch die Cubikzahl des Einers 4 nöthig (4^3 siehe l) $4 \times 4 \times 4 = 64$ (siehe m), diese 64 von dem Reste 64 abgezogen, bleibt als Rest nichts. Sonach ist von der Cubikzahl 39304 die Cubikwurzel 34 (siehe n).

Nun bei Berechnung des obigen Beispiels noch ein kürzeres Verfahren:

	$\sqrt[3]{39'304} = 34$
	27
$3 \times 30^2 = 2700$:	12304
	10800
$3 \times 4^2 \times 30 =$	1440
4^3	64
	12304

Dieses Verfahren kann kurz auf folgende Regeln zusammengedrängt werden, die ihre Begründung in der Erklärung des weiter oben angegebenen Verfahrens finden. 1) Von der höchsten Klasse links ziehe man denjenigen Cubus ab, der ihr gleich oder der zunächst kleiner ist, und schreibe die Wurzel davon an die Stelle des Quotienten. Bleibt ein Rest, so setze man ihn gerade unter die höchste Klasse.

2) Zu diesem Rest wird nun die nächste Klasse geschrieben; die gefundene Wurzel wird zum Quadrat erhoben und letzteres durch die Zahl 3 multiplicirt; nun wird mit diesem 3fachen Quadrate in den Rest und die nächste Klasse dividirt. Der Quotient ist der zweite Theil der Wurzel; durch diesen wird das dreifache Quadrat des ersten Wurzeltheiles multiplicirt, und das Produkt ist ein Theil dessen, das von dem Rest abgezogen wird, weßhalb es unter den Rest zu stellen ist.

3) Hierauf wird das dreifache Quadrat des zweiten Wurzeltheiles mit dem ersten Wurzeltheil multiplicirt und das Produkt unter das durch Regel 2 gewonnene Produkt gestellt, um ebenfalls von dem Reste mit abgezogen zu werden.

4) Endlich wird noch der Cubus des zweiten Wurzeltheiles darunter gesetzt; die drei gewonnenen Produkte werden nun zusammengezählt; die Summe wird darunter geschrieben und hierauf diese von dem obigen Reste und dem zweiten Wurzeltheile abgezogen. Bleibt kein Rest, wie es in diesem Beispiele der Fall ist, so ist die Cubikzahl eine vollkommene.

26) Ziehe aus folgenden Cubikzahlen die Cubikwurzel:

a) $\sqrt[3]{42875}$	b) $\sqrt[3]{314432}$	c) $\sqrt[3]{405224}$
d) $\sqrt[3]{884736}$	e) $\sqrt[3]{970299}$	f) $\sqrt[3]{74088}$
g) $\sqrt[3]{175616}$	h) $\sqrt[3]{438976}$	

---

b) Ausziehen der Cubikwurzel aus größeren wirklichen Cubikzahlen.

Beispiel. Ziehe aus der Cubikzahl 34645976 die Cubikwurzel!

Berechnung: $\sqrt[3]{34'645'976} = 300 + 20 = 320;\ 320 + 6 = 326$

	27 000 000	
$3 \times 300^2 = 270000$:	7 645 976	
	5 400 000	
	2 245 976	
$3 \times 20^2 \times 300 =$	360 000	
	1 885 976	
$20^3 =$	8 000	
$3 \times 320^2 = 307200$:	1 877 976	6
	1 843 200	
	34 776	
$3 \times 6^2 \times 320 =$	34 560	
	216	
$6^3 =$	216	

Die Cubikzahl in dem erst berechneten Beispiel enthält 8 Stellen, die Cubikwurzel also 3 Stellen; der erste Theil der Wurzel ist also ein Hunderter. Der höchste oder erste Theil des Cubus ist hiernach in den zwei höchsten Stellen, also in 34000000 enthalten; 34 ist keine vollkommene Cubikzahl; die nächst niedere vollkommene Cubikzahl, von 34 an gerechnet, ist 27; die Cubikwurzel aus 27 = 3, aus 27000000 aber 300; zieht man nun diese 27000000 von 34645976 ab, so

bleibt 7645976 als Rest. Nun wird weiter gerade so verfahren, wie bei dem Ausziehen der Cubikwurzel von 39304 auf S. 158 unter Ziffer 2, 3 und 4 angegeben ist.

Auf die nämliche Weise verfährt man, wenn man den zweiten Wurzeltheil vollständig gefunden und berechnet hat und noch ein dritter (wie in diesem Beispiele) oder vierter, fünfter Wurzeltheil zu suchen ist. Man hat die bisher gefundenen Wurzeltheile immer nur als einen zu betrachten, nämlich hier in diesem Beispiele die 2 Wurzeltheile 300 + 20 als 320, und setzt die Rechnung weiter so fort, wie gezeigt wurde, und zwar so lange, bis aus allen Klassen die Wurzeltheile gezogen sind.

Berechnung des obigen Beispiels nach abgekürztem Verfahren:

$$\sqrt[3]{34'645'976} = 326$$

	27
3×300^2 :	7645976
	5400000
$3 \times 20^2 \times 300 =$	360000
$20^3 =$	8000
	5768000
3×320^2 :	1877976
	1843200
$3 \times 6^2 \times 320 =$	34560
$6^3 =$	216
	1877976
	-------

27) Wie heißt die Cubikwurzel von folgenden Zahlen:

a) von $\sqrt[3]{40353607}$ b) von $\sqrt[3]{2460375}$
c) von $\sqrt[3]{997002999}$ d) von $\sqrt[3]{2863288}$
e) von $\sqrt[3]{14886936}$ f) von $\sqrt[3]{242970624}$
g) von $\sqrt[3]{2498846293}$ h) von $\sqrt[3]{577385261783}$
i) von $\sqrt[3]{127719486656}$ k) von $\sqrt[3]{128100283921}$

---

c) Ausziehen der Cubikwurzel aus unvollkommenen Cubikzahlen.

Bei den unvollkommenen Cubikzahlen kann man ebenso wenig, als bei den unvollkommenen Quadratzahlen, die Wurzel vollkommen, sondern nur annäherungsweise finden, übrigens doch so genau, als

es in der Anwendung erforderlich ist. Man nennt solche Wurzeln ebenfalls Irrational-Zahlen.

Das Verfahren weicht von dem bisher gezeigten durchaus nicht ab. Will man in der Cubikwurzel, um sie genauer zu bezeichnen, auch Decimalstellen haben, so muß man an den Rest so oft drei Nullen anhängen, als man in der Cubikwurzel Decimalstellen haben will, es wird demnach in der Wurzel für die jedesmal angehängten 3 Nullen eine Decimalstelle abgeschnitten.

Beispiel. Ziehe aus der Zahl 23456 die Cubikwurzel aus!

Berechnung: $\sqrt[3]{23'456} = \left.\begin{matrix}20\\8\end{matrix}\right\} 28,625\ldots$

	8000
$3 \times 20^2 = 1200$:	15456
	9600
	5856
$3 \times 8^2 \times 20 =$	3840
	2016
$8^3 =$	512
$3 \times 280^2 = 235200$:	1504000
	1411200
	92800
$3 \times 6^2 \times 280 =$	30240
	62560
$6^3 =$	216
$3 \times 2860^2 = 24538800$:	62344000
	49077600
	13266400
$3 \times 2^2 \times 2860 =$	34320
	13232080
$2^3 =$	8
$3 \times 28620^2 = 2457313200$:	13232072000
	12286566000
	945506000
$3 \times 5^2 \times 28620 =$	2146500
	943359500
$5^3 =$	125
	943359375

Will man die Cubikwurzel einer unvollkommenen Cubikzahl auf 1, 2, 3, oder noch mehr Stellen fortsetzen, so muß man derselben im ersten Falle 3, im zweiten 6, im dritten 9 Nullen ꝛc. anhängen. Damit sich die Zahlensumme aber nicht zu sehr anhäuft, so hängt man, wie oben gesagt, an den Rest jedesmal nur drei Stellen, und schneidet dafür eine Decimalstelle in der Wurzel ab. Da aber bei der Berechnung auch die Decimalen in der Wurzel wie Ganze behandelt werden, so liest man hier, nachdem die 28 Ganzen, welche in der Wurzel vorkommen, gefunden sind, und die Summa der Zehntel in der Wurzel aufgesucht werden soll, nicht 28, sondern 280, wozu denn nun die Zehntel als Einer kommen; daher heißt es in obiger Rechnung, nachdem an den Rest 1504 die 3 ersten Nullen angehängt sind, nicht 3×28^2 in 1504000, sondern 3×280^2 ꝛc.

Berechnung dieses Beispiels nach abgekürztem Verfahren:

$$\sqrt[3]{23'456} = 28,625\ \ldots$$

	8
3×20^2 :	15456
	9600
$3 \times 8^2 \times 20 =$	3840
$8^3 =$	512
	13952
3×280^2 :	1504000
	1411200
$3 \times 6^2 \times 280 =$	30240
$6^3 =$	216
	1441656
3×2860^2 :	62344000
	49077600
$3 \times 2^2 \times 2860 =$	34320
$2^3 =$	8
	49111928
3×28620^2 :	13232072000
	12286566000
$3 \times 5^2 \times 28620 =$	2146500
$5^3 =$	125
	12288712625
	943359375

28) Wie heißt die Cubikwurzel von folgenden unvollkommenen Cubikzahlen?

a) von 267 b) von 134 c) von 99
d) von 880 e) von 6 f) von 317
g) von 8912

---

d) Ausziehen der Cubikwurzel aus Decimalbrüchen.

Auch die Cubikzahl in einem Decimalbruche theilt man in dreizifferige Klassen, aber, wie bei dem Ausziehen der Quadratwurzel, nicht von rechts nach links, sondern umgekehrt von links nach rechts. Sollte

bei dieser Abtheilung auf die letzte Klasse nur eine oder zwei Ziffern kommen, so muß man 1 oder 2 Nullen anhängen, damit auch diese Klasse ihre drei Ziffern erhält.

Wenn der Decimalbruch, aus dem die Wurzel ausgezogen wird, keine Ganzen hat, so kann natürlich auch in der Cubikwurzel kein Ganzes vorkommen.

Sind im Decimalbruche aber zugleich auch Ganze, so werden diese Ganzen, wie in den vorhergehenden Rechnungen, von rechts nach links in Klassen abgetheilt.

Da sich das Verfahren von dem in den obigen Beispielen gezeigten gar nicht unterscheidet, so wird es nicht nöthig sein, den unten berechneten Exempeln Erklärungen beizufügen.

1. Beispiel. Ziehe aus dem Decimalbruch 0,274625 die Cubikwurzel!

Berechnung:

$$
\begin{array}{lrl}
 & \sqrt[3]{0,'274'625} = & \left.\begin{array}{r}0,60\\ 5\end{array}\right\} 0,65 \\
 & 216 & \\
\hline
3 \times 60^2 = 10800: & 58625 & \\
 & 54000 & \\
\hline
 & 4625 & \\
3 \times 5^2 \times 60 = & 4500 & \\
\hline
 & 125 & \\
5^3 = & 125 & \\
\hline\hline
\end{array}
$$

Abgekürztes Verfahren:

$$
\begin{array}{lr}
 & \sqrt[3]{0,'274'625} = 0,65 \\
 & 216 \\
\hline
3 \times 60^2: & 58625 \\
\hline
 & 54000 \\
3 \times 5^2 \times 60 = & 4500 \\
5^3 = & 125 \\
\hline
 & 58625 \\
\hline
\end{array}
$$

-----

2. Beispiel. Ziehe aus dem unechten Decimalbruch 6,4 die Cubikwurzel!

Berechnung: $\sqrt[3]{6,'400} = 1 \atop 0,85 \ldots \Big\} 1,85 \ldots$

$$
\begin{array}{rr}
 & 1 \\
\hline
3 \times 10^2 = 300 : & 5400 \\
 & 2400 \\
\hline
 & 3000 \\
3 \times 8^2 \times 10 = & 1920 \\
\hline
 & 1080 \\
8^3 = & 512 \\
\hline
3 \times 180^2 = 97200 : & 568000 \\
 & 486000 \\
\hline
 & 82000 \\
3 \times 5^2 \times 180 = & 13500 \\
\hline
 & 68500 \\
5^3 = & 125 \\
\hline
 & 68375
\end{array}
$$

2c. 2c.

Abgekürztes Verfahren:

$$\sqrt[3]{6,'400} = 1,85 \ldots$$

$$
\begin{array}{rr}
 & 1 \\
\hline
3 \times 10^2 : & 5400 \\
\hline
 & 2400 \\
3 \times 8^2 \times 10 = & 1920 \\
8^3 = & 512 \\
\hline
 & 4832 \\
\hline
3 \times 180^2 : & 568000 \\
\hline
 & 486000 \\
3 \times 5^2 \times 180 = & 13500 \\
5^3 = & 125 \\
\hline
 & 499625 \\
\hline
 & 68375
\end{array}
$$

2c. 2c.

29) Wie heißt die Cubikwurzel von folgenden Decimalbrüchen:

a) von 0,551368? b) von 611,960049?
c) von 3,45? d) von 0,003148?
e) von 0,2584? f) von 0,000000004096?
g) von 0,000064481201? h) von 0,05?
i) von 102,875? k) von 0,082312875?

c) Ausziehen der Cubikwurzel aus gemeinen Brüchen.

Bei diesen Brüchen hat man vor Allem zu sehen, ob sowohl der Nenner, als auch der Zähler ein vollständiger Cubus ist. Ist dieses der Fall, dann zieht man sowohl aus dem Zähler, als auch aus dem Nenner die Cubikwurzel und schreibt auch den Wurzelzähler wieder als Zähler, den Wurzelnenner wieder als Nenner an.

1. Beispiel. Welches ist die Cubikwurzel von $\frac{8}{27}$?

Berechnung: $$\sqrt[3]{\tfrac{8}{27}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \tfrac{2}{3}.$$

Sind aber Zähler und Nenner nicht vollständige Cubikzahlen, so verwandelt man den gemeinen Bruch in einen Decimalbruch und zieht dann erst die Cubikwurzel aus.

2. Beispiel. Welches ist die Cubikwurzel von $\frac{3}{4}$?

Berechnung: $\frac{3}{4} = 0{,}75$

$$\sqrt[3]{0,'750} = 0{,}908\ldots$$

	729
$3 \times 90^2 = 24300$:	21000
	00000
$3 \times 900^2 = 2430000$:	21000000
	19440000
	1560000
$3 \times 8^2 \times 900 =$	172800
	1387200
$8^3 =$	512
	1386688

u. s. w.

Kürzeres Verfahren:

$$\sqrt[3]{0,'750} = 0{,}908\ldots$$

	729
3×90^2 :	21000
	0
3×900^2 :	21000000
	19440000
$3 \times 8^2 \times 900 =$	172800
$8^3 =$	512
	19613312
	1386688 2c. 2c.

Wenn man aus einer gemischten Zahl die Cubikwurzel ausziehen will, so muß vorher die gemischte Zahl in einen unechten Bruch verwandelt werden. Trifft es sich gerade, daß dann Zähler und Nenner desselben vollkommene Cubikzahlen sind, so wird aus beiden sogleich die Wurzel ausgezogen, wie dies schon im 1. Beispiel hier geschehen ist; wenn aber Zähler und Nenner oder einer von beiden keine vollständigen Cubikzahlen sind, so verwandelt man dann den gemeinen Bruch in einen Decimalbruch, wie wir dies schon im 2. Beispiele gezeigt haben.

3. Beispiel. Welches ist die Cubikwurzel von $5\frac{23}{64}$?

Berechnung: $\sqrt[3]{5\frac{23}{64}} = \frac{343}{64} = \frac{\sqrt[3]{343}}{\sqrt[3]{64}} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4} = 1{,}75.$

4. Beispiel. Welches ist die Cubikwurzel von $4\frac{3}{8}$?

Berechnung: $4\frac{3}{8} = \frac{35}{8} = 4{,}375$

$\sqrt[3]{4{,}'375} = 1{,}63\ldots$

$$\begin{array}{rr}
 & 1 \\
3 \times 10^2 = 300 : & 3{,}375 \\
 & 1800 \\
 & 1575 \\
3 \times 6^2 \times 10 = & 1080 \\
 & 495 \\
6^3 = & 216 \\
3 \times 160^2 = 76800 : & 279000 \\
 & 230400 \\
 & 48600 \\
3 \times 3^2 \times 160 = & 4320 \\
 & 44280 \\
3^3 = & 27 \\
 & 44253 \text{ ꝛc.}
\end{array}$$

Abgekürztes Verfahren:

$\sqrt[3]{4'375'000} = 1{,}63\ldots$

$$\begin{array}{rr}
 & 1 \\
3 \times 10^2 : & 3375 \\
 & 1800 \\
3 \times 6^2 \times 10 = & 1080 \\
6^3 = & 216 \\
 & 3096 \\
3 \times 160^2 : & 279000 \\
 & 230400 \\
3 \times 3^2 \times 160 = & 4320 \\
3^3 = & 27 \\
 & 234747 \\
 & 44253 \text{ ꝛc.}
\end{array}$$

30) Ziehe die Cubikwurzel aus folgenden Bruch- und gemischten Zahlen aus!

a) aus $\frac{64}{125}$! b) aus $\frac{216}{512}$! c) aus $\frac{7}{9}$!
d) aus $\frac{3}{4}$! e) aus $3\frac{3}{5}$! f) aus $\frac{8}{27}$!
g) aus $18\frac{2}{3}$! h) aus $5\frac{8}{9}$! i) aus $\frac{5}{7}$!
k) aus $\frac{343}{512}$! l) aus $\frac{5}{6}$! m) aus $15\frac{2}{3}$!

f) Ausziehen der Cubikwurzel aus den Factoren eines Produkts.

Sind die Factoren vollkommene Cubikzahlen, so zieht man die Cubikwurzel, ehe man sie multiplicirt, aus denselben und multiplicirt dann erst die daraus entstehenden Factoren der Cubikwurzel.

Beispiel. Welches ist die Cubikwurzel von 216×343?

Berechnung: $\sqrt[3]{216 \times 343} = 6 \times 7 = 42$.

31) Welches ist die Cubikwurzel

a) von 8×64? b) von 125×512?
c) von 729×64? d) von 27×1000?
e) von 512×64? f) von $216 \times 0{,}216$?

---

g) Angewandte Beispiele.

32) Wie hoch ist ein Steinwürfel von 100 ℔ Gewicht, wenn 1 Cubikfuß 183 ℔ wiegt?

33) Ein rechtwinkeliger Stein hat 3′ 4″ Länge, 2′ 1″ Breite und 1′ 11″ Höhe. Wie hoch ist ein cubischer Stein von gleichem Inhalte?

34) Ein Cubus (Würfel) hat einen Rauminhalt von 7414,875 Cubikfuß; wie groß ist eine Kante oder Seitenlinie desselben?

35) Ein Magazin soll 8000 Ctr. Heu fassen; wenn nun dasselbe die Form eines Würfels bekommen soll, wie groß muß eine Seite desselben werden, da man rechnen darf, daß der Centner gepacktes Heu 32 Cubikschuh enthalten soll? (Der körperliche Inhalt dieses Magazins beträgt 32×8000 Cubikfuß; wie viel Fuß ist es nun lang?)

36) Man fragt Jemanden nach seinem Alter; er giebt zur Antwort: Wenn man die Anzahl meiner Jahre mit sich selbst und die dadurch entstehende Zahl abermals mit der Zahl meiner Jahre multiplicirt, so erhält man die Zahl 54872. Wie alt ist er?

37) Ein Wasserbehälter hat eine Länge von 8′ 7″, eine Breite von 6′ 9″ und eine Höhe von 5′ 3″. Wie groß ist ein cubischer Behälter, der mit jenem gleichen Inhalt hat?

38) Bei Erbauung eines Hauses wurde ein Keller gegraben, dessen Länge gleich seiner Breite und Tiefe war; man hatte dabei 5832 Cubikfuß Erde abzuführen; wie lang war der Keller?

39) Wenn man 12167 gleiche würfelförmige Steine so in einen viereckigen Haufen legen würde, daß in der Länge, Breite und Höhe gleich viele Stücke sind; wie viel kommen in eine Reihe?

Anhang.

Von den gewöhnlichsten Münzen, die in diesem Theile vorkommen. *)

In Süddeutschland rechnet man nach Gulden und zwar in Oesterreich nach dem Conventions- oder 20 Guldenfuß, in den übrigen südlichen Staaten nach dem $24\frac{1}{2}$ fl. Fuß.

1 fl. Conventionsmünze = 60 kr. à 4 Pf. 20 fl. geben eine feine Mark und = $24\frac{1}{2}$ fl. der süddeutschen Währung.

1 fl. süddeutscher Währung = 60 kr. à 4 dl., in Würtemberg = 60 kr. à 6 Heller. $24\frac{1}{2}$ fl. geben eine feine Mark und = 20 fl. Conventionsmünze.

1 Thlr. preußisch = 30 Sgr. à 12 dl.
1 Thlr. sächsisch = 30 Ngr. à 10 dl.
1 Thlr. hannov. = 24 Ggr. à 12 dl.
} 14 Thlr. geben 1 feine Mark und = $24\frac{1}{2}$ fl. süddeutscher Währung.

1 Mark Banco in Hamburg = 16 Schillinge à 12 Pfennige, wornach im Großhandel gerechnet wird, (sie ist nur eine Rechnungsmünze). $27\frac{3}{4}$ Mk. Banco gehen auf 1 Mark fein Silber; 1 Mark Banco = 52 kr., 3,89 dl. im $24\frac{1}{2}$ fl. Fuß.

1 Mark Courant in Hamburg und Lübeck = 16 Schillinge à 12 Pfennige, welche Münze im kleinen Verkehr gebraucht wird. 34 Mark Courant gehen auf 1 Mark fein. Silb.; 1 Mark Courant = 43 kr. 0,94 dl. im $24\frac{1}{2}$ fl. Fuß. 1 Thlr. in Lübeck = 3 Mark Courant.

1 Thlr. (Gold) in Bremen = 72 Groot à 5 Schwaren. 1 Louisd'or oder Pistole = 5 Thlr. Der Werth des Thalers ändert sich gegen Silbergeld, wie der Cours der Louisd'or.

---

*) Eine ausführliche Uebersicht der Geld-, Maß- und Gewichtsverhältnisse in den wichtigsten Ländern und Handelsstädten wird im 5. Theile folgen.

1 Livre Sterling in England = 20 Schillinge à 12 Pence. Das Livre Sterl. wird durch den Souvereign (eine Goldmünze) repräsentirt und hat daher auch keinen festen Werth gegen Silbergeld. Man schlägt ihn zu 11 fl. 50 kr. bis 12 fl. im $24\frac{1}{2}$ fl. Fuß an.

1 Frank in Frankreich und Belgien = 100 Centimen; auf 1 Mark fein. Silb. gehen ungefähr $52\frac{1}{2}$ Franken. 1 Frank = 28 kr. im $24\frac{1}{2}$ fl. Fuß.

1 Silberrubel in Rußland = 100 Kopeken. 12,995 Silberrubeln = 1 Mark fein. Silb. 1 S.-Rbl. = 1 fl. $53\frac{1}{2}$ kr. im $24\frac{1}{2}$ fl. Fuß.

1 fl. holländisch = 100 Cents. 24,747 fl. = 1 Mark fein. Silb.; 1 fl. holländisch = 59 kr. 1,6 dl. im $24\frac{1}{2}$ fl. Fuß.

1 Lira in Venedig und in der Lombardei = 100 Centesimi; 3 Lira = 1 fl. im 20 fl. Fuß.

1 Drachma in Griechenland = 100 Lepta; 58,043 Drachmen = 1 köln. Mark fein. Silb.; 1 Drachma = 25 kr. 1,3 dl. im $24\frac{1}{2}$ fl. Fuß.

1 Dollar (Piaster) in Nordamerika = 100 Cents.; 9,8 Doll. = 1 M. fein. Silb.; 1 Dollar = 2 fl. 30 kr. im $24\frac{1}{2}$ fl. Fuß.

Druck von W. Gärtner in Bamberg.
